

Megoldás. A sorozatban semelyik egész nem fordulhat elő egynél többször: ha valamely $i < j$ -re $a_i = a_j$, akkor $n = j - i$ -re nem teljesül a feladat feltétele, hiszen az első j elem közül az i -edik és a j -edik (mivel egyenlőek) ugyanazt a maradékot adják j -vel osztva. Hasonlóan megmutatjuk, hogy (minden k -ra) a sorozat első k eleme közül bármelyik kettőnek a különbsége (abszolút értékben) legfeljebb $k - 1$ lehet. Tegyük fel ugyanis, hogy az a_1, a_2, \dots, a_k számok között van kettő, melyek különbsége $a_j - a_i = n \geq k$. Ekkor a sorozat első n eleme közül az i -edik és a j -edik (mivel éppen n a különbségük) ugyanazt a maradékot adná n -nel osztva. E két tulajdonság együtt éppen azt jelenti, hogy (minden k -ra) az $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ halmaz k egymást követő egész számból áll. Továbbá, mivel a sorozat végtelen sok (különböző) pozitív egészet tartalmaz, biztosan van közöttük 2008-nál nagyobb, és ehhez hasonlóan, a negatív elemeknek köszönhetően, 2008-nál kisebb szám is. Ha n -et akkorára választjuk, hogy a sorozat első n tagja között legyen 2008-nál nagyobb és kisebb szám is, akkor az első n tag valamelyike 2008.

Tehát 2008 a sorozatban pontosan egyszer fordul elő (és ez 2008 helyett bármely egész számról elmondható).

Megjegyzés. A feladat feltételét végtelen sok sorozat kielégíti: tetszőleges t egészre ilyen például a $t, t + 1, t - 1, t + 2, t - 2, t + 3, t - 3, \dots$ sorozat.