Lovász László Miklós megoldása. A bizonyítandó állítás következik az alábbi állításból:
Végtelen sok p prím van, amihez létezik olyan n, hogy

$$2n + \sqrt{2n} < p, \quad \textit{és} \quad p \mid n^2 + 1.$$

Ha ugyanis csak véges sok megfelelő n lenne, akkor, mivel (n^2+1)-nek véges sok különböző prímosztója van, csak véges sok megfelelő p lenne.

Ismert, hogy végtelen sok $p = 4k+1$ alakú prím van, és hogy ezekre létezik olyan n, amire $p \mid n^2 + 1$. Legyen $p > 20$ egy $4k+1$ alakú prím. Nyilván létezik ekkor ilyen n a $(0,p)$ intervallumban[1]. Ha $n > \frac{p}{2}$, akkor $p - n < \frac{p}{2}$, így

$$(p-n)^2 + 1 \equiv n^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p}.$$

Tehát van megfelelő pozitív egész n, amire $n < \frac{p}{2}$, vagyis $2n < p$.

Legyen $n = \frac{p-k}{2}$. Mivel p páratlan, $k > 0$:

$$\left(\frac{p-k}{2}\right)^2 + 1 \equiv 0 \pmod{p},$$
$$(p-k)^2 + 4 \equiv 0 \pmod{p},$$
$$k^2 + 4 \equiv 0 \pmod{p}.$$

$k^2 > 0,\ 4 > 0 \ \Rightarrow\ k^2 + 4 > 0$, tehát $k^2 + 4 \geq p$, amiből $k \geq \sqrt{p-4}$. Ekkor tehát

$$n = \frac{p-k}{2} \leq \frac{p - \sqrt{p-4}}{2},$$

vagyis

$$2n \leq p - \sqrt{p-4}, \quad 2n + \sqrt{p-4} \leq p, \quad p - 4 \geq 2n + \sqrt{p-4} - 4.$$

Mivel $p > 20$, $\sqrt{p-4} > 4$, amiből $p - 4 > 2n \ \Rightarrow\ \sqrt{p-4} > \sqrt{2n}$. Azt kaptuk tehát, hogy

$$p \geq \sqrt{p-4} + 2n > \sqrt{2n} + 2n.$$

Tehát ha p elég nagy, létezik hozzá megfelelő n, így mivel végtelen sok $4k+1$ alakú prím van, végtelen sok megfelelő p van, és ezért végtelen sok megfelelő n van.

[1] n p szerinti osztási maradéka megfelelő lesz.