I. megoldás. Legyen $x=\sqrt{a}$ és $y=\sqrt{b}$, ekkor az egyenletrendszer így alakul:

$$x^3+y^3=183, \tag{1}$$

$$x^2y+y^2x=182. \tag{2}$$

Felhasználva, hogy

$$(x+y)^3=(x^3+y^3)+3(x^2y+y^2x)=183+3\cdot 182=729=9^3,$$

kapjuk, hogy $x+y=9$. (1) és (2) különbségét felírva:

$$1=(x+y)(x^2-xy+y^2)-xy(x+y)=(x+y)(x^2-2xy+y^2)=(x+y)(x-y)^2.$$

Az $x+y$ előbb kapott értékét behelyettesítve kapjuk, hogy $(x-y)^2=\frac{1}{9}$. Két eset van:

I. eset: $x+y=9$ és $x-y=\frac{1}{3}$. Ebből $x=\frac{14}{3}$ és $y=\frac{13}{3}$, ahonnan $a=\frac{196}{9}$ és $b=\frac{169}{9}$.

II. eset: $x+y=9$ és $x-y=-\frac{1}{3}$. Ekkor $x=\frac{13}{3}$ és $y=\frac{14}{3}$, amiből $a=\frac{169}{9}$ és $b=\frac{196}{9}$.

Megjegyzés: Célhoz érünk úgy is, ha az első lépésben kapott $x+y=9$ egyenletből kifejezzük az egyik ismeretlent, és ezt visszahelyettesítjük mondjuk az (1) egyenletbe.

II. megoldás. Az első egyenlet 182-szereséből kivonva a második egyenlet 183-szorosát kapjuk, hogy:

$$182a\sqrt{a}+182b\sqrt{b}-183a\sqrt{b}-183b\sqrt{a}=0.$$

Mivel $b=0$ nem ad megoldást, az egyenletet oszthatjuk $\left(\sqrt{b}\right)^3$-nal:

$$182\cdot\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3}{\left(\sqrt{b}\right)^3}+182-183\cdot\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2}{\left(\sqrt{b}\right)^2}-183\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=0.$$

Az $x=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ jelölést bevezetve az egyenlet így írható:

$$182x^3+182-183x^2-183x=0.$$

A bal oldal szorzattá bontásával ezt kapjuk:

$$(x+1)(182x^2-365x+182)=0.$$

Mivel $x=-1$ nem ad megoldást, a két megoldást a második tényezőből adódó másodfokú egyenlet gyökei adják: $x_1=\frac{14}{13}$ és $x_2=\frac{13}{14}$.

Az első esetben $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{14}{13}$, amiből $\sqrt{a}=\frac{14}{13}\sqrt{b}$, és innen $a=\frac{196}{169}b$. Ezt behelyettesítve az eredeti első egyenletbe kapjuk, hogy:

$$\frac{196}{169}b\cdot\frac{14}{13}\sqrt{b}+b\sqrt{b}=183,$$

$$b\sqrt{b}\cdot\left(\frac{2744}{2197}+1\right)=b\sqrt{b}\cdot\frac{4941}{2197}=183,$$

$$b\sqrt{b}=\frac{402\,051}{4941}=\frac{2197}{27}=\left(\frac{13}{3}\right)^3.$$

Tehát $\sqrt{b}=\frac{13}{3}$, vagyis $b=\frac{169}{9}$, ahonnan

$$a=\frac{196}{169}\cdot\frac{169}{9}=\frac{196}{9}.$$

Mivel az eredeti egyenletrendszer szimmetrikus a-ra és b-re, a másik esetben azt kapjuk, hogy $a=\frac{169}{9}$ és $b=\frac{196}{9}$.