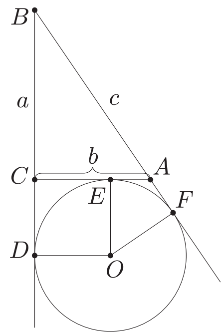
I. megoldás. Jelölje a b oldalhoz hozzáírt kör középpontját O, az a, b és c oldalegyenesen lévő érintési pontját pedig rendre D, E és F.



Mivel az $ODCE$ négyszögnek D-nél is, C-nél is és E-nél is derékszöge van, így nyilván O-nál is, tehát téglalap. Ugyanakkor két szomszédos oldala ugyanolyan hosszú (sugárnyi), így szükségképpen négyzet, amelynek oldala a hozzáírt kör sugara, ϱ_b.

Tudjuk, hogy egy külső pontból a körhöz húzott két érintőszakasz hossza egyenlő, ezért $AE = AF$ és $BD = BF$. Az előző megállapításainkkal egybevetve:

$$AE = AF = b - \varrho_b, \quad \text{és} \quad BD = BF = c + b - \varrho_b.$$

Másrészt $BD = a + \varrho_b$, így $a + \varrho_b = c + b - \varrho_b$, azaz $b + c = a + 2\varrho_b$.

II. megoldás. Ismeretes, hogy egy háromszög területe kiszámítható az alábbi összefügésekkel:

(1) $T = \varrho_b(s - b) = \varrho_b \dfrac{a + c - b}{2}$, ahol s a háromszög fél kerülete;

(2) $T = \dfrac{a \cdot b}{2}$, hiszen a háromszög derékszögű.

Ezek alapján $\dfrac{a \cdot b}{2} = \varrho_b \dfrac{a + c - b}{2}$, így $\varrho_b = \dfrac{a \cdot b}{a + c - b}$. Az állítás tehát pontosan akkor igaz, ha a $\dfrac{2 \cdot a \cdot b}{a + c - b} + a = b + c$ összefüggés teljesül. Ezt azonosan átalakítva:

$$2ab + a^2 + ac - ab = ab + ac + c^2 - b^2, \quad a^2 + b^2 = c^2.$$

Állításunk ekvivalens a Pitagorasz-tétellel, erről pedig – derékszögű háromszögről lévén szó – tudjuk, hogy igaz.

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.