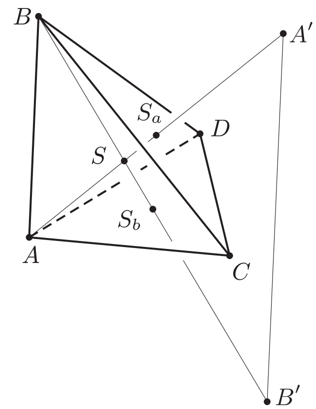
Megoldás. Jelöljük a tetraéder csúcspontjait A, B, C, D-vel; a feladatban szereplő tükörképüket pedig rendre A', B', C', D'-vel.

A tetraéder A csúcsából kiinduló súlyvonalának hossza legyen $4a$, talppontja S_a, a B csúcsból induló súlyvonal hossza $4b$, talppontja S_b stb.



A tetraéder egy-egy súlyvonala egy csúcsot köt össze a szemközti lap súlypontjával, ezért az AA' és a BB' szakaszok a tetraéder súlyvonalainak egyenesére esnek. A tükrözés tulajdonságai miatt: $AS_a = S_aA' = 4a$ és $BS_b = S_bB' = 4b$.

Ismeretes, hogy a tetraéder súlyvonalai egy pontban metszik egymást (ez a tetraéder S súlypontja), és ez a pont a csúcstól távolabbi negyedelőpontja a súlyvonalaknak; ezért $AS = 3a$, $BS = 3b$ és $SA' = 5a$, $SB' = 5b$.

Így az ASB és az $A'SB'$ háromszögek hasonlóak, mivel $ASB\sphericalangle = A'SB'\sphericalangle$ (csúcsszögek) és két-két oldaluk aránya egyenlő: $\dfrac{AS}{A'S} = \dfrac{BS}{B'S} = \dfrac{3}{5}$. A párhuzamos szelők tételének megfordítása szerint $AB \parallel A'B'$ és ezen szakaszok aránya is egyenlő a két háromszög hasonlóságának arányával, $\dfrac{3}{5}$-del.

Ugyanígy belátható, hogy az $A'B'C'D'$ tetraéder többi éle is párhuzamos az $ABCD$ tetraéder megfelelő éleivel, és hosszuk az eredeti tetraéder élhosszainak $\dfrac{5}{3}$-szorosa. Tehát az $A'B'C'D'$ tetraéder az $ABCD$ tetraédernek $\dfrac{5}{3}$ arányú, S középpontú nagyított képe, a két tetraéder hasonló.

Térfogatuk aránya a hasonlóság arányának köbe:

$$\frac{V_{A'B'C'D'}}{V_{ABCD}} = \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{125}{27} > 4.$$

Így a tükörképek által meghatározott tetraéder térfogata valóban több, mint négyszerese az eredeti tetraéder térfogatának.