Megoldás. *a*) A kicsiny test magassága az eredeti helyzetéhez képest

$$x = R(1 - \cos\alpha)$$

értékkel csökken, helyzeti energiájának csökkenése tehát $\alpha = 30°$-nál

$$E = mgx = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} mgR.$$

A test sebessége az energiamegmaradás tétele szerint

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})gR}.$$

A kockára ható K nyomóerő és a nehézségi erő sugár irányú komponensének eredője a kocka körmozgásához szükséges centripetális erővel egyenlő:

$$mg\cos\alpha - K = m\frac{v^2}{R},$$

ahonnan

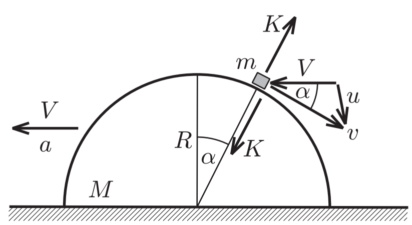
$$K = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2\right) mg \approx 0{,}60\ mg.$$

b) Most mindkét test mozoghat. Jelöljük a félhenger (vízszintes irányú) sebességét V-vel, a kis testnek a *félhengerhez viszonyított* (érintő irányú) sebességét v-vel! Mivel vízszintes irányú külső erők nem hatnak a rendszerre, érvényes a lendület vízszintes komponensének megmaradási tétele:

$$MV + m(V - v\cos\alpha) = 0,$$

ahonnan

$$V = \frac{\sqrt{3}}{6} v.$$



A rendszer helyzeti energiája most is ugyanannyival csökken, mint az *a*) esetben, és a rendszer mozgási energiája ezzel az értékkel egyenlő:

$$\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} mgR,$$

ahol u a kis test sebessége az asztalhoz viszonyítva. Mivel u az egymással $180° - \alpha$ szöget bezáró V és v nagyságú vektorok eredője, a koszinusz-tétel szerint

$$u^2 = V^2 + v^2 - 2Vv\cos\alpha.$$

Ezt az energiamegmaradást kifejező egyenletbe írva és lendületmegmaradásból kapott V-t is behelyettesítve a kis test relatív sebességére végül

$$v = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{(2 - \sqrt{3})gR}$$

adódik.

Foglalkozzunk most a testekre ható erőkkel és a gyorsulásokkal! A félhengerre ható erők közül csak a kocka K nyomóerejének van vízszintes komponense, így a félhenger gyorsulása

$$a = \frac{K\sin\alpha}{M} = \frac{K}{4m}.$$

A kicsiny test gyorsulása a félhenger gyorsulásának és a félhengerhez viszonyított mozgás gyorsulásának összegeként kapható meg. Ennek az eredő gyorsulásnak a félhenger középpontja irányába eső komponense

$$a\sin\alpha + \frac{v^2}{R}.$$

Ezt a gyorsulást a kis testre ható gravitációs erő sugár irányú komponense és a félhenger által kifejtett K erő eredője hozza létre:

$$mg\cos\alpha - K = m\left(a\sin\alpha + \frac{v^2}{R}\right).$$

Innen – a-ra és v-re korábban kapott összefüggéseket felhasználva – a kérdéses nyomóerőre a

$$K = \frac{11\sqrt{3} - 16}{27}\,mg \approx 0{,}45\,mg$$

értéket kapjuk.