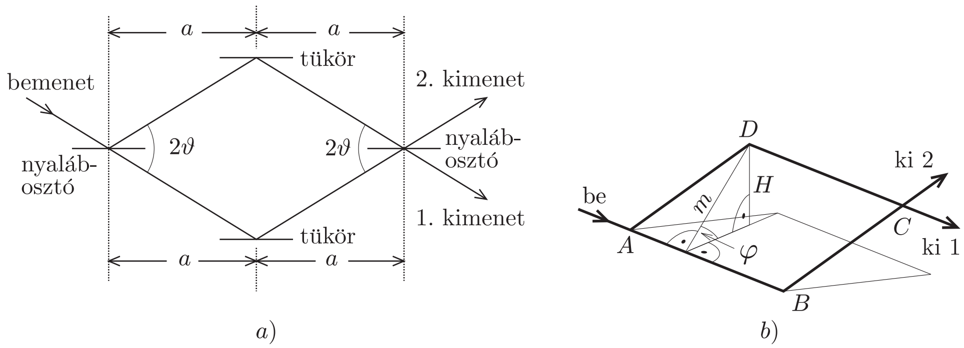
Megoldás.

Geometriai elrendezés

1.1. Az *1.a. ábráról* leolvasható, hogy az interferáló nyalábok által határolt rombusz átlói $2a$, illetve $2a\,\mathrm{tg}\,\vartheta$ hosszúságúak, így a keresett terület $A = 2a^2\,\mathrm{tg}\,\vartheta$.

1.2. A 2ϑ szögű rombusz magassága $m = \dfrac{a}{\cos\vartheta}\sin(2\vartheta) = 2a\sin\vartheta$, tehát a keresett távolság: $H = m\sin\varphi = 2a\sin\vartheta\sin\varphi$ (*1.b. ábra*).



1. ábra

Optikai úthossz

1.3. A Föld nehézségi erőterében mozgó neutron gravitációs potenciális energiája növekszik, ha a neutron a vízszinteshez képest magasabb helyre kerül. Ennek következtében mozgási energiája, s vele együtt az impulzusa csökken, a hullámhossza tehát megnő. A feladatban közölt adatok szerint az interferáló neutronok tipikus hullámhossza $\lambda \approx 10^{-10}$ m nagyságrendű, ez azt jelenti, hogy sebességük

$$v = \frac{h}{\lambda M} \approx 4\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

ami jóval kisebb, mint a fénysebesség, tehát nem kell relativisztikus hatásokkal számolnunk.

Az *1.b. ábráról* látható, hogy az AD, illetve BC ferde szakaszok egymás vízszintes eltoltjai, tehát az optikai úthosszkülönbségbe csak az $L = \dfrac{a}{\cos\vartheta}$ hosszúságú vízszintes szakaszok adnak járulékot:

$$\Delta N_{\mathrm{opt}} = \frac{L}{\lambda_0} - \frac{L}{\lambda_1} = \frac{a}{\lambda_0\cos\vartheta}\left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right),$$

ahol λ_0, illetve λ_1 az AB, illetve CD szakaszon mérhető hullámhosszt jelöli.

A neutronok impulzusa $\dfrac{h}{\lambda}$, így az energiamegmaradás törvénye szerint

$$\frac{1}{2M}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{1}{2M}\left(\frac{h}{\lambda_1}\right)^2 + MgH,$$

ahonnan

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{1 - 2\frac{gM^2}{h^2}\lambda_0^2 H} \approx 1 - \frac{gM^2}{h^2}\lambda_0^2 H.$$

(A legutolsó közelítésnél felhasználtuk, hogy $\dfrac{gM^2}{h^2}\lambda_0^2 H \approx 10^{-7} \ll 1$.)

Így az optikai úthosszkülönbségre azt kapjuk, hogy

$$\Delta N_{\mathrm{opt}} = \frac{a}{\lambda_0\cos\vartheta}\frac{gM^2}{h^2}\lambda_0^2 H = 2\frac{gM^2}{h^2}a^2\lambda_0\,\mathrm{tg}\,\vartheta\sin\varphi.$$

1.4. A fenti eredmény az **1.2.** pontban kiszámolt A terület és a V térfogat segítségével az

$$\Delta N_{\mathrm{opt}} = \frac{\lambda_0 A}{V}\sin\varphi \quad \text{alakban írható, ahol} \quad V = 1{,}597\cdot 10^{-14}\ \mathrm{m}^3.$$

1.5. Intenzitásmaximum esetén az optikai úthosszak különbsége egész szám, $\Delta N_{\mathrm{opt}} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, míg intenzitásminimum esetén félegész, $\Delta N_{\mathrm{opt}} = \pm\dfrac{1}{2}, \pm\dfrac{3}{2}, \pm\dfrac{5}{2}, \ldots$, így a ciklusok keresett n száma:

$$n = \Delta N_{\mathrm{opt}}\Big|_{\phi=-90^\circ}^{90^\circ} = \frac{2\lambda_0 A}{V}.$$

Kísérleti adatok

1.6. A megadott $a = 3{,}6$ cm és $\vartheta = 22{,}1^\circ$ értékek mellett az interferométer területe $A = 10{,}53\ \mathrm{cm}^2$, így a keresett hullámhossz:

$$\lambda_0 = \frac{nV}{2A} = \frac{19 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 1{,}053 \cdot 10^{-3}}\ \mathrm{m} = 0{,}1441\ \mathrm{nm} = 1{,}441 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}.$$

1.7. Ugyancsak az **1.5.** pontban levezetett képlet alapján $n = 30$ és $\lambda_0 = 0{,}2$ nm mellett a terület:

$$A = \frac{nV}{2\lambda_0} = \frac{30 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10}}\ \mathrm{m} = 11{,}98\ \mathrm{cm}^2.$$