

**Megoldás.** Új ismeretlenként legyen  $y = \log_2(x^2+2^x)$ , ekkor  $x^2+2^x = 2^y$ ; ezzel egyenletünk a  $2^y - 2^x - x - 1 = 2^x - y$ , illetve rendezés után a

$$2^y + y = 2^{x+1} + (x + 1)$$

alakot ölti. A  $t \rightarrow t$  és  $t \rightarrow 2^t$  függvények szigorúan monoton növekedők, ezért összegük is az. Az egyenlet bal, illetve jobb oldalán ennek a szigorúan monoton növekvő összegfüggvénynek az  $y$ , illetve  $x + 1$  helyen fölvetett értéke áll; ezek pontosan akkor egyenlők, ha  $y = x + 1$ , azaz

$$\log_2(x^2 + 2^x) = x + 1.$$

A 2-nek megfelelő hatványait képezve és rendezve:

$$x^2 + 2^x = 2^{x+1}, \quad x^2 = 2^x,$$

vagyis  $x > 0$  miatt  $x = 2^{\frac{x}{2}}$ . Itt az  $x \rightarrow 2^{\frac{x}{2}}$  függvény grafikonja szigorúan konvex, az  $x \rightarrow x$  függvény görbéje pedig egyenes. A két görbének ezért legfeljebb két közös pontja lehet, így az egyenletnek legfeljebb két megoldása van. Két megoldást viszont könnyen kitalálhatunk:  $x_1 = 2$  és  $x_2 = 4$  nyilván megoldások, és ezek szerint más megoldás nincs.