Megoldás. A feladatot vektorok vegyes szorzatának segítségével oldjuk meg. Legyenek az A-ból a B, C, D csúcsokba mutató vektorok rendre $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, és $\mathbf{d}$. Ekkor

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{d}.$$

Az A csúcsból az A', B', C', D' csúcsokba mutató vektorok:

$$\overrightarrow{AA'} = 2\mathbf{b}, \qquad \overrightarrow{AB'} = 2\mathbf{c} - \mathbf{b},$$
$$\overrightarrow{AC'} = 2\mathbf{d} - \mathbf{c}, \qquad \overrightarrow{AD'} = -\mathbf{d}.$$

Ebből:

$$\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AD'} = 2\mathbf{b} + \mathbf{d},$$
$$\overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{AB'} - \overrightarrow{AD'} = 2\mathbf{c} - \mathbf{b} + \mathbf{d},$$
$$\overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AD'} = 3\mathbf{d} - \mathbf{c}.$$

Így az új tetraéder térfogata:

$$V_{A'B'C'D'} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{D'A'} \times \overrightarrow{D'C'}) \cdot \overrightarrow{D'B'} = \frac{1}{6}\big[(2\mathbf{b} + \mathbf{d}) \times (3\mathbf{d} - \mathbf{c})\big] \cdot (2\mathbf{c} - \mathbf{b} + \mathbf{d}).$$

A vegyes szorzat azonosságainak ismeretében, valamint felhasználva, hogy ha három vektor között van két párhuzamos, akkor azok vegyes szorzata 0, elvégezve a műveleteket:

$$V_{A'B'C'D'} = 15 \cdot \frac{1}{6}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{d} = 15 \cdot V_{ABCD},$$

tehát az új tetraéder térfogata az eredetinek 15-szöröse.