

Megoldás. A körív alakú lejtőre felcsúszó test és a lejtő közötti kölcsönhatás következtében mindkét test mozgásállapota megváltozik. A kocsit elhagyó test a kocsihoz képest $\alpha = 45^\circ$ -os, a talajhoz viszonyítva ennél kisebb (β) szögű ferde hajításnak megfelelő mozgást végez, a kocsit pedig egyenletesen mozog.

A kölcsönhatás (tulajdonképpen „puha” ütközés) során megmarad a rendszer vízszintes (x irányú) lendülete, továbbá a rendszer mechanikai összenergiája. Ha az egyenletesen mozgó kocsit sebességét v_k -val, a lerepülő test kezdősebességének vízszintes komponensét v_{0x} -szel, a függőleges sebességkomponenst pedig v_{0y} -nal jelöljük, a lendületmegmaradás egyenlete:

$$(1) \quad mv = mv_{0x} + mv_k,$$

az energiamegmaradás pedig:

$$(2) \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_k^2 + \frac{1}{2}mv_{0x}^2 + \frac{1}{2}mv_{0y}^2 + mgh,$$

ahol

$$h = R - R \cos \alpha = 0,4 \text{ m} (1 - 0,707) = 0,117 \text{ m}$$

a lejtő magassága.

A lejtőt elhagyó test kocsihoz viszonyított kezdősebességének x és y összetevője egyenlő, a talajhoz viszonyított sebességösszetevőkre pedig fennáll:

$$(3) \quad v_{0x} = v_{0y} + v_k.$$

Az (1) és (3) egyenletekből v_{0x} és v_{0y} kifejezhető a kocsit v_k sebességével:

$$v_{0x} = v - v_k, \quad v_{0y} = v - 2v_k.$$

Ezeket (2)-be helyettesítve a kocsit sebességére egy másodfokú egyenletet kapunk:

$$v_k^2 - v \cdot v_k + \frac{v^2 + 2gh}{6} = 0,$$

melynek megoldása és a másik két sebességkomponens értéke:

$$v_k = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{0x} = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_{0y} = 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(A másik megoldásban $v_{0y} < 0$, az tehát számunkra érdektelen.)

A ferde hajítás t idejét a lerepülő test függőleges irányú mozgásából határozhatjuk meg:

$$h + v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = 0,$$

ahonnan (a pozitív megoldást választva) $t = 0,57 \text{ s}$ adódik. Ennyi idő alatt a test vízszintes irányú elmozdulása: $s_1 = v_{0x} \cdot t = 2,15 \text{ m}$, a kocsi elmozdulása pedig $s_2 = v_k \cdot t = 0,68 \text{ m}$. A test akkor esik éppen a kocsi végére, ha

$$s_1 = s_2 + \frac{L}{2},$$

azaz a kocsi hossza

$$L = 2(s_1 - s_2) \approx 2,9 \text{ m}.$$