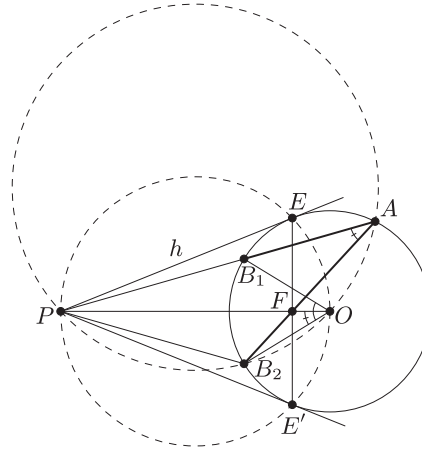


Megoldás. Az érintési pontok által meghatározott hosszabbik köríven rögzített A ponthoz keressük meg a körön azokat a B pontokat, amelyekre $AP \cdot PB = h^2$. Az érintő és szelő szakaszok tétele miatt egy ilyen pont B_1 , ami a PA egyenesnek a körrel alkotott másik metszéspontja. Tudjuk továbbá, hogy a síkon a megfelelő B pontok egy P középpontú (h^2/AP sugarú) körön vannak. Így a keresett pontok B_1 , és a PO tengelyre vonatkozó tükörképe, B_2 . Belátjuk, hogy AB_2 átmegy az F ponton. Mivel F az OP és EE' szakaszok metszéspontja, azt kell megmutatnunk, hogy OP , EE' és AB_2 egy ponton mennek át. Ez azért igaz, mert van három kör, amelyeknek ezek a szakaszok a páronként közös húrjaik, vagyis a hatványvonalaik. Az pedig ismert tény, hogy a hatványvonalak egy ponton mennek át (a három kör hatványpontján). Ezek a körök az eredeti kör, a PO szakasz Thalesz-köre és a $PAOB_2$ négyszög körülírt köre. A $PAOB_2$ négyszög azért húrnégyszög, mert A -ból és O -ból a PB_2 szakasz egyaránt fele akkora szög alatt látszik, mint amekkora a B_1OB_2 középponti szög.



Ennek alapján a tétel két irányának bizonyítása:

Ha fennáll $AP \cdot PB = h^2$, akkor A és B valamelyike a hosszabb köríven van, mert különben mindkettő h -nál közelebb lenne P -hez. Erre a pontra mint „ A ”-ra alkalmazva a föntieket kapjuk, hogy AB átmegy P -n vagy F -en.

Megfordítva: ha AB átmegy P -n vagy F -en, akkor A és B valamelyike a hosszabb köríven van. Erre mint „ A ”-ra alkalmazva a föntieket adódik, hogy $AP \cdot PB = h^2$.