

**Megoldás.** Ha  $x, y \geq 0$ , akkor  $2(x + y) \leq x + y$ , vagyis az egyetlen megoldása az egyenlőtlenségnek  $x = y = 0$ . Legyen most  $x \geq 0$  és  $y < 0$ ; ekkor  $2|x + y| \leq x - y$ . Emeljünk négyzetre:

$$4(x^2 + 2xy + y^2) \leq x^2 - 2xy + y^2.$$

Innen

$$3x^2 + 10xy + 3y^2 \leq 0.$$

Osszuk végig az egyenlőtlenséget  $y^2 \neq 0$ -val, és vezessük be a  $t = \frac{x}{y}$  változót; ekkor a következő másodfokú egyenlőtlenséghez jutunk:

$$3t^2 + 10t + 3 \leq 0;$$

a megfelelő egyenlet gyökei:  $t_1 = -\frac{1}{3}$ ,  $t_2 = -3$ . Az utóbbi egyenlőtlenséget a  $-3 \leq t \leq -\frac{1}{3}$  számok elégítik ki, esetünkben  $-3 \leq \frac{x}{y} \leq -\frac{1}{3}$ , azaz ( $y < 0$  miatt)

$$(1) \quad -3x \leq y \leq -\frac{1}{3}x.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy  $x < 0$  és  $y \geq 0$  esetén a megoldás  $-3y \leq x \leq -\frac{1}{3}y$ , azaz

$$(2) \quad -\frac{1}{3}x \leq y \leq -3x.$$

Végül, ha  $x < 0$  és  $y < 0$ , akkor a feltétel  $-2(x + y) \leq -(x + y)$ , azaz  $0 \leq x + y$ , ami lehetetlen.

A feladat megoldását tehát az

$$(1) \quad x \geq 0 > y, \quad -3x \leq y \leq -\frac{1}{3}x, \quad \text{illetve a}$$

$$(2) \quad x < 0 \leq y, \quad -\frac{1}{3}x \leq y \leq -3x$$

feltételeket kielégítő számpárok adják; a koordináta-rendszerben ábrázolva ezek éppen az  $y = -\frac{1}{3}x$  és  $y = -3x$  függvények grafikonjai által határolt két (hegyes) szögtartomány pontjainak felelnek meg.

