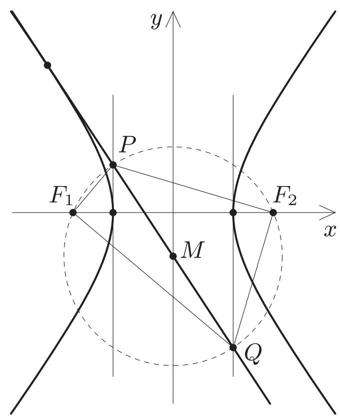
Megoldás. Alkalmas derékszögű koordinátarendszerben a hiperbola egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Ekkor a fókuszpontok $F_1\big(-\sqrt{a^2+b^2};0\big)$ és $F_2\big(\sqrt{a^2+b^2};0\big)$, a valós tengely végpontjai $(-a;0)$ és $(a,0)$, az ezen pontokban a tengelyre állított merőlegesek egyenlete pedig $x=-a$, illetve $x=a$. Legyen a szóban forgó érintő egyenlete $Ax+By=C$. Ekkor az érintés miatt $a^2A^2-b^2B^2=C^2$ (ekkor van a két egyenletnek egy megoldása), a metszéspontok pedig

$$P\left(-a;\frac{C+aA}{B}\right),\quad Q\left(a;\frac{C-aA}{B}\right),$$

ahonnan a PQ szakasz felezőpontja $M\left(0;\dfrac{C}{B}\right)$.



Thalész tétele értelmében elegendő azt belátni, hogy a két fókuszpont a PQ átmérőjű körvonalra esik, vagyis hogy $MP=MQ=MF_1=MF_2$. Itt

$$MP^2=MQ^2=a^2+\left(\frac{aA}{B}\right)^2 \quad \text{és} \quad MF_1^2=MF_2^2=(a^2+b^2)+\left(\frac{C}{B}\right)^2,$$

vagyis a bizonyítandó állítás ekvivalens az

$$a^2+\frac{a^2A^2}{B^2}=a^2+b^2+\frac{C^2}{B^2}$$

egyenlőséggel, amit viszont szorzás és rendezés után a már látott $a^2A^2-b^2B^2=C^2$ alakra hozhatunk.