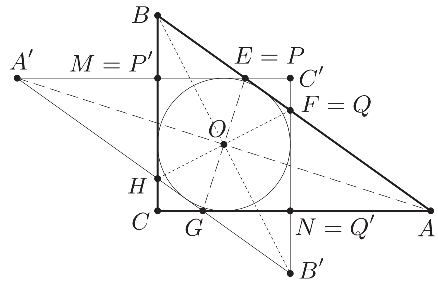
Megoldás. Tükrözzük az ABC háromszöget az O pontra. Az így kapott $A'B'C'$ háromszögnek az O pont szintén a beírható körének középpontja, a beírható köre pedig (mivel az O-ra nézve középpontosan szimmetrikus) közös az eredeti háromszögével.

Legyenek az eredeti és a tükrözött háromszög oldalainak metszéspontjai: E, F, G, H, M és N az *ábra* szerint.



A G pont az E pontnak az O-ra való tükörképe, mert E az AB és $A'C'$ egyenesek metszéspontja, míg G e két egyenes tükörképeinek metszéspontja. Ugyanígy tükörképe az O pontra F-nek a H és M-nek az N pont.

Az $AEA'G$ és $BFB'H$ négyszögek a középpontos tükrözés miatt paralelogrammák és érintik a háromszögek közös beírt körét, tehát érintőnégyszögek is, ezért mindkettő rombusz, vagyis átlóik merőlegesek egymásra.

Tehát $AA' \perp EG$, amiből $EOA\sphericalangle = 90°$, vagyis az E pont a feladatban szereplő P ponttal egyezik meg. Hasonlóan $BB' \perp FH$, amiből $FOB\sphericalangle = 90°$, vagyis az F pont megegyezik a Q ponttal.

A középpontos tükrözés miatt a $CMC'N$ négyszög téglalap és egyben érintőnégyszög, tehát négyzet, vagyis a P és Q pontoknak a háromszög oldalaira eső merőleges vetületei: $P' = M$ és $Q' = N$. Ezek egymás tükörképei az O pontra, tehát P', O és Q' nemcsak egy egyenesre esnek, hanem O éppen a $P'Q'$ szakasz felezőpontja.