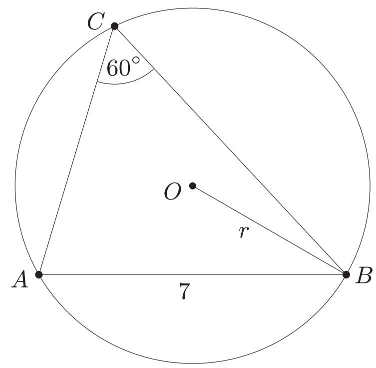
Megoldás. A feladat feltételeinek nyilván eleget tesz az a háromszög, amelyben a másik két oldal hossza is 7. Ekkor a szabályos háromszög területe

$$T = \frac{49\sqrt{3}}{4} \approx 21{,}22.$$

A 7 hosszú AB szakasz fölé szerkesszük meg a $60°$-os látókörívet. Vegyünk fel a körön egy C pontot, $ACB\sphericalangle = 60°$. A kör átmérőjének hossza:

$$\frac{\frac{7}{2}}{r} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; 2r = \frac{7 \cdot 2}{\sqrt{3}} \approx 8{,}08;$$

ezért az AC és a BC oldal hossza (mivel egész) legfeljebb 8. Mivel feltehetjük, hogy a háromszög nem szabályos, azaz nincs két $60°$-os szöge, nem lehet két 7 hosszúságú oldala sem. A BC és AC oldalakkal szemközti szögek összege $180° - 60° = 120°$, ezért a nagyobbik $60°$-nál nagyobb, így a vele szemközti oldal 7-nél hosszabb; mivel a hossza egész és legfeljebb 8, a hosszabbik oldal, pl. $BC = 8$.



Írjuk fel az ABC háromszögre a koszinusz-tételt:

$$49 = 64 + b^2 - 2 \cdot 8 \cdot b \cdot \cos 60°,$$

innen, mivel $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$, kapjuk b-re a következő másodfokú egyenletet:

$$b^2 - 8b + 15 = 0, \quad \text{ahonnan} \quad b_1 = 5 \text{ és } b_2 = 3.$$

Vagyis két háromszög is eleget tesz a követelményeknek, az egyik oldalai: 8, 7 és 5, és területe:

$$T_1 = \frac{8 \cdot 5 \cdot \sin 60°}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{2} \approx 17{,}32.$$

A másik háromszög oldalai: 8, 7 és 3, és területe:

$$T_2 = \frac{8 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \sqrt{3} \approx 10{,}39.$$

A feladatnak összesen három megoldása van.