

Megoldás. Minden legfeljebb n nevezőjű racionális számot bővíthetünk alkalmas 2-hatvánnyal úgy, hogy a nevezője $\frac{n}{2}$ -nél nagyobb, de továbbra is legfeljebb n legyen. Egy $\frac{1}{n}$ hosszúságú nyílt intervallum nem tartalmazhat két azonos (legfeljebb n) nevezőjű törtet, hiszen ezek különbsége legalább a közös nevező reciproka, következésképpen legalább $\frac{1}{n}$ lenne. Az eddigiek alapján legfeljebb annyi tört eshet az intervallumba, ahány olyan k egész szám létezik, amelyre $\frac{n}{2} < k \leq n$ teljesül, ezek száma pedig pontosan $\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor$. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

Megjegyzés. Könnyen ellenőrizhető, hogy az $\left(\frac{1}{n+1}; \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} \right)$ intervallumba esik $\frac{1}{k}$ minden olyan k egész számra, amelyre $\frac{n}{2} < k \leq n$. Tehát létezik olyan $\frac{1}{n}$ hosszúságú nyílt intervallum, amely $\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor$ darab olyan racionális számot tartalmaz, amelynek nevezője legfeljebb n .