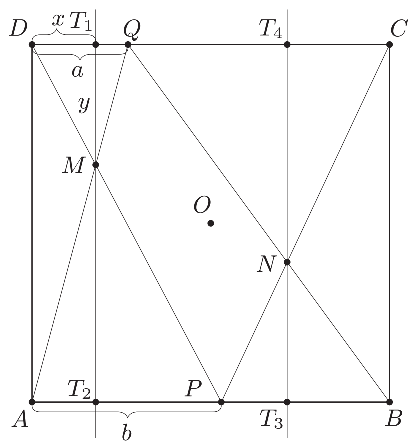
Megoldás. Jelölje O a paralelogramma középpontját. Azt fogjuk bizonyítani, hogy az MO és az NO egyenesek meredeksége megegyezik.

A paralelogrammát négyzetté alakíthatjuk úgy, hogy a szakaszok arányai megmaradjanak; mivel a bizonyítás során csak a szakaszok arányait használjuk, elég az állítást négyzetre bizonyítani. Legyen ennek a négyzetnek az oldala egységnyi. Vezessük be a következő jelöléseket: $DQ = a$, $AP = b$, $DT_1 = x$, $MT_1 = y$. Ekkor a hasonló APM és DQM háromszögekre felírhatjuk az alábbi arányosságokat:

$$\frac{x}{b-x} = \frac{y}{1-y} = \frac{a}{b},$$

amiből $ba - ax = bx$, vagyis $x = \dfrac{ab}{a+b}$. Hasonlóan $a - ay = by$, vagyis $y = \dfrac{a}{a+b}$.



Innen az M pont és az O középpont távolságának vízszintes összetevője:

$$\frac{1}{2} - \frac{ab}{a+b} = \frac{a+b-2ab}{2a+2b},$$

a függőleges összetevője pedig:

$$\frac{1}{2} - \frac{a}{a+b} = \frac{b-a}{2a+2b}.$$

Így az MO egyenes meredeksége: $\dfrac{b-a}{a+b-2ab}$. Az NO egyenes meredekségének kiszámításakor b helyére $(1-a)$, a helyére $(1-b)$ kerül, tehát az NO egyenes meredeksége:

$$\frac{(1-a)-(1-b)}{(1-b)+(1-a)-2(1-b)(1-a)} = \frac{b-a}{2-a-b-2+2b+2a-2ab} =$$

$$= \frac{b-a}{a+b-2ab}.$$

A két meredekség megegyezik, tehát az MN szakasz valóban átmegy a középponton.