Megoldás. Az addíciós képletek szerint:

$$\sin(\gamma+30^\circ)=\sin\gamma\cos 30^\circ+\cos\gamma\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma+\frac{1}{2}\cos\gamma.$$

Így

$$c^2+2ab\sin(\gamma+30^\circ)=c^2+2ab\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma+\frac{1}{2}\cos\gamma\right)=c^2+\sqrt{3}ab\sin\gamma+ab\cos\gamma.$$

A koszinusz-tétel alapján $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$, amiből $ab\cos\gamma=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2}$.

A háromszög területe: $T=\dfrac{ab\sin\gamma}{2}$, innen $2T=ab\sin\gamma$; így

$$c^2+\sqrt{3}ab\sin\gamma+ab\cos\gamma=c^2+2T\sqrt{3}+\frac{a^2+b^2-c^2}{2}=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}+2T\sqrt{3}.$$

Ez utóbbi kifejezés szimmetrikus a, b, c-ben, ezért ugyanezt kell kapnunk $\left[b^2+2ac\sin(\beta+30^\circ)\right]$-ra és $\left[a^2+2bc\sin(\alpha+30^\circ)\right]$-ra is, amivel az állítást beláttuk.