

Megoldás. A Doppler-jelenség szerint ha egy f frekvenciájú hangot kibocsátó „álló” hangforráshoz v sebességgel közeledik egy megfigyelő, akkor a hangot

$$(1) \quad f' = f \cdot \frac{c + v}{c}$$

frekvenciájúnak észleli (c a hang terjedési sebessége). Amennyiben a forrás mozog v sebességgel az „álló” megfigyelő felé, akkor a Doppler-képlet

$$(2) \quad f' = f \cdot \frac{c}{c - v}$$

alakja érvényes. Az „álló” szót azért tettük idézőjelbe, mert a mozgás és nyugalom kifejezések a vonatkoztatási rendszertől is függenek, csak akkor egyértelműek, ha megmondjuk, hogy mihez képest áll vagy mozog a kérdéses test. A hang terjedésénél létezik egy kitüntetett koordináta-rendszer, nevezetesen az, amelyben a hanghullámokat továbbító közeg (a levegő) nyugalomban van. A fenti képletek csak akkor érvényesek, ha az „álló” kifejezés erre a vonatkoztatási rendszerre utal. Megjegyezzük, hogy kicsiny sebességeknél ($v \ll c$ esetén) mindkét képlet ugyanazt az eredményt adja:

$$(3) \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{f' - f}{f} \approx \frac{v}{c}.$$

Fényhullámok terjedésénél is fellép a Doppler-jelenség, de ott – mivel a fénynek nincs szüksége közvetítő közegre – értelmét veszti az (1) és (2) képleteknek megfelelő eset megkülönböztetése. A fényre sem (1), sem pedig (2) nem érvényes, hanem a relativisztikus Doppler-képletet szabad csak alkalmaznunk (lásd pl. Budó: *Kísérleti fizika* III. kötet, 310. old.):

$$(4) \quad f' = f \cdot \sqrt{\frac{c + v}{c - v}},$$

ahol v a fényforrás és a megfigyelő *relatív* sebessége (ez független a koordináta-rendszer választásától), c pedig a vákuumbeli fénysebesség. (Megjegyezzük, hogy a fényhez képest kicsiny sebességek esetén (4) is a (3) közelítő képlettel helyettesíthető.)

A jelzőlámpa piros fényének frekvenciája $f_p = 4,56 \cdot 10^{14}$ Hz (a függvénytáblázati adatokat használva a vörös színárnyalatok közül mondjuk a C-vonalat választjuk), a zöld fény frekvenciája pedig $f_z = 6,05 \cdot 10^{14}$ Hz. A piros lámpa fényét akkor észlelhetnénk zöldnek, ha a jelzőlámpa felé tartó v sebességünkre fennállna

$$f_z = f_p \cdot \sqrt{\frac{c + v}{c - v}},$$

azaz teljesülne, hogy

$$v = \frac{f_z^2 - f_p^2}{f_z^2 + f_p^2} c = 0,27 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 8 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Megjegyzés. A feladat megoldásában szereplő sebességgel haladva másodpercenként kétszer megkerülhetnénk a Földet az Egyenlítő mentén, de csak akkor, ha (a technikai nehézségek legyőzése után) valamilyen – a gravitációt százmilliószorosan (!) meghaladó – erővel biztosítani tudnánk, hogy járművünk a talajon maradjon.