

Legyenek $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$ olyan valós számok, amelyekre

$$(1) \quad 4(b_1 + b_2 + \dots + b_n) = a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_n a_1.$$

Igazoljuk, hogy az

$$(2) \quad x^2 + a_k x + b_k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

egyenletek közül legalább egynek van valós gyöke.