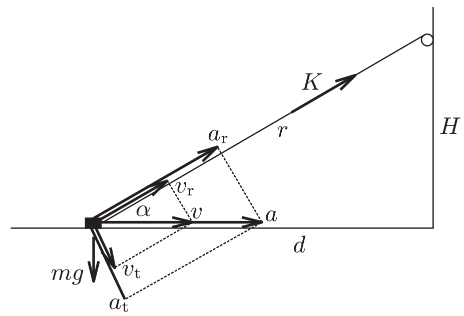
I. megoldás. Amikor a kicsiny test éppen kezd felemelkedni a talajról, rá a vízszintes talaj nem fejt ki nyomóerőt, és emiatt a súrlódási erő is nulla kell legyen. A testre tehát ebben a pillanatban csak a fonál által kifejtett (fonal irányú és valamekkora K nagyságú) kényszererő, valamint függőlegesen lefelé mg gravitációs erő hat.

Bontsuk fel a test vízszintes irányú sebességét és gyorsulását fonal irányú (radiális) és rá merőleges (tangenciális) komponensekre (lásd az *1. ábrát*)!



1. ábra

A radiális sebesség éppen a motor által biztosított v_0 kell legyen. Az eredő sebesség és a gyorsulás is vízszintes, tehát

$$\frac{v_t}{v_r} = \operatorname{tg}\alpha, \qquad \frac{a_t}{a_r} = \operatorname{tg}\alpha,$$

továbbá a tangenciális irányú mozgásegyenlet szerint

$$ma_t = mg\cos\alpha.$$

Ezekből az összefüggésekből valamennyi sebesség- és gyorsuláskomponens kifejezhető:

$$v_r = v_0, \qquad v_t = v_0\operatorname{tg}\alpha,$$

$$a_t = g\cos\alpha, \qquad a_r = g\frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Tudjuk még a radiális (centripetális) gyorsulás és a tangenciális sebesség közötti összefüggést:

$$a_r = \frac{v_t^2}{r},$$

ahonnan a korábbi eredmények behelyettesítésével és az

$$r = \frac{H}{\sin\alpha}$$

geometriai összefüggés kihasználásával

$$g\frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} = (v_0\operatorname{tg}\alpha)^2\,\frac{\sin\alpha}{H},$$

azaz

$$\operatorname{tg}^4\alpha = \frac{gH}{v_0^2}.$$

Eszerint a kis test távolsága a faltól a felemelkedés pillanatában

$$d = \frac{H}{\operatorname{tg}\alpha} = \sqrt[4]{\frac{H^3v_0^2}{g}} \approx 3{,}8\ \text{cm}.$$

II. megoldás. Jelöljük a test és a fal távolságát valamely t időpillanatban $x(t)$-vel. A fonal hossza

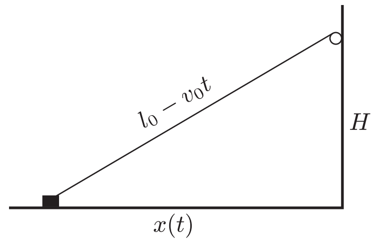
$$l(t) = l_0 - v_0t$$

módon változik, ahol l_0 a $t=0$ pillanatban érvényes hossz (*2. ábra*).

A Pitagorasz-tétel szerint

$$x(t) = \sqrt{(l_0 - v_0t)^2 - H^2}.$$

Az $x(t)$ függvény második deriváltja (egy előjeltől eltekintve) megadja a test vízszintes irányú gyorsulását. Ebből kiszámíthatjuk a fonálerő vízszintes komponensét, (K_v)-t, majd (a geometriai viszonyok ismeretében) a teljes fonálerőt, illetve annak függőleges összetevőjét, K_f-t. A test nyilvánvalóan abban a t_0 pillanatban válik el a talajtól, amikor K_f eléri és kezdi meghaladni az mg gravitációs erőt.



2. ábra

A számolás menete (a technikai részletek elhagyásával):

$$a_{\mathrm{v}} = -\ddot{x} = \frac{H^2 v_0^2}{\left[(l_0 - v_0 t)^2 - H^2\right]^{3/2}}, \qquad K_{\mathrm{v}} = m\ddot{x},$$

$$K_{\mathrm{f}} = \frac{H}{x(t_0)} K_{\mathrm{v}} = \frac{mH^3 v_0^2}{\left[(l_0 - v_0 t_0)^2 - H^2\right]^2} = \frac{mH^3 v_0^2}{x(t_0)^4} = mg.$$

Innen a faltól mért távolság a kérdéses pillanatban:

$$d = x(t_0) = \sqrt[4]{\frac{H^3 v_0^2}{g}}.$$