

Megoldás. Ha x megoldás, akkor $\frac{x}{x+3} \geq 0$ és $x \neq -3$, vagyis $x < -3$ vagy $x \geq 0$. Szorozzuk meg mindkét oldalt $(x+3)$ -mal:

$$x(x+3) - (x+3)\sqrt{\frac{x}{x+3}} = 2.$$

I. eset: $x \geq 0$. Ekkor $x+3 > 0$, az egyenlet a következőképpen alakul:

$$x(x+3) - \sqrt{\frac{x(x+3)^2}{x+3}} = 2,$$

$$x(x+3) - \sqrt{x(x+3)} - 2 = 0.$$

Jelöljük $\sqrt{x(x+3)}$ -at y -nal. Az $y^2 - y - 2$ másodfokú egyenlet gyökei $y_1 = -1$ és $y_2 = 2$. A negatív gyök nem megoldás, a pozitív igen. Az $\sqrt{x(x+3)} = 2$ egyenlet mindkét oldalát négyzetre emelve, majd rendezve $x^2 + 3x - 4 = 0$, ahonnan $x_1 = 1$ és $x_2 = -4 < 0$, tehát csak az első gyök megfelelő.

II. eset: $x < -3$. Ekkor $x+3 < 0$, vagyis $-(x+3) = |x+3|$ és az egyenlet így alakul:

$$x(x+3) + |x+3|\sqrt{\frac{x}{x+3}} = 2,$$

$$x(x+3) + \sqrt{\frac{x(x+3)^2}{x+3}} = 2,$$

$$x(x+3) + \sqrt{x(x+3)} - 2 = 0.$$

Az I. esethez hasonlóan legyen $y = \sqrt{x(x+3)}$, ahonnan $y^2 + y - 2 = 0$, a két gyök $y_1 = 1$ és $y_2 = -2$, ez utóbbi nem megfelelő. Az elsőből $x^2 + 3x - 1 = 0$, ahonnan $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} < -3$, tehát megfelel a feltételeknek, illetve

$x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} > -3$, ez nem megfelelő.

Az egyenlet megoldásai tehát az 1 és a $\frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \approx -3,3$.