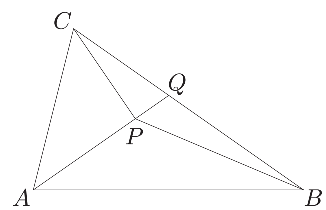
Megoldás. A háromszög-egyenlőtlenség miatt:

$$AB < AP + BP,$$
$$BC < BP + CP,$$
$$CA < CP + AP.$$

Összeadva:

$$AB + BC + CA < 2(AP + BP + CP),$$
$$K_{ABC} < 2(AP + BP + CP),$$
$$\frac{K_{ABC}}{2} = s < AP + BP + CP.$$

Ezzel az egyenlőtlenség bal oldalát igazoltuk.



Az ABC háromszögnek nagyobb a kerülete, mint az ABP háromszögnek, hiszen az AQC háromszögben (ahol Q az AP és a CB szakasz metszéspontja)

$$AQ = AP + PQ < QC + CA,$$

a BQP háromszögben pedig

$$BP < BQ + PQ,$$

és a két egyenlőtlenséget összeadva:

$$AP + PQ + BP < QC + CA + BQ + PQ,$$
$$AP + BP < BC + CA.$$

Ugyanígy

$$BP + CP < CA + AB \qquad \text{és}$$
$$CP + AP < AB + BC.$$

A három egyenlőtlenséget összeadva:

$$2(AP + BP + CP) < 2(AB + BC + CA),$$
$$AP + BP + CP < AB + BC + CA = K_{ABC} = 2s.$$

Ezzel igazoltuk a jobb oldalon álló egyenlőtlenséget is.