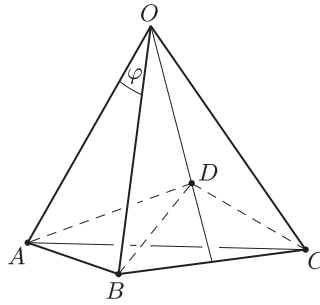
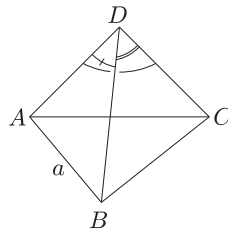


Megoldás. Jelöljük a félegyenesek kezdőpontját O -val. O -ból kiindulva a félegyenesek mindegyikére mérjük fel egy d távolságot, az így kapott pontokat jelöljük A, B, C, D -vel (1. ábra). Az $OAB, OBC, OCD, ODA, OAC, OBD$ egyenlő szárú háromszögek egybevágók, hiszen száruk d , szárszögük φ . Feladatunk a φ szög nagyságának meghatározása.



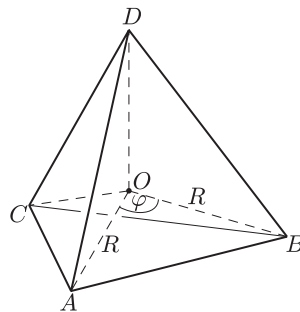
1. ábra

Az előző egybevágóságból következik, hogy $AB = BC = CD = DA = AC = BD$, azaz ABC, BCD, CDA, DAB egybevágó szabályos háromszögek. A négy pont nem lehet egy síkban, mert akkor az azonosan jelölt D -nél lévő szögek nem lehetnének 60° -osak (2. ábra). A négy pont ezért egy szabályos tetraéder négy csúcsa.



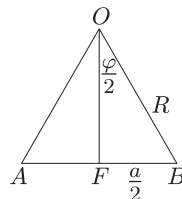
2. ábra

Az O pont mind a négy csúctól egyenlő, d távolságra van, O tehát a tetraéder köré írható gömb középpontja, és d a gömb sugara (3. ábra). Ismeretes (és könnyen kiszámítható), hogy a körülírt gömb sugara $d = \frac{a\sqrt{6}}{4}$, ahol a a tetraéder éle.



3. ábra

Rajzoljuk meg az AOB egyenlő szárú háromszöget (4. ábra). Tudjuk, hogy $AB = a$ és $\angle AOB = \varphi$.



4. ábra

Legyen F a φ szögfelező talppontja az AB szakaszon, ekkor

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{FB}{OB} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Innen $\frac{\varphi}{2} \approx 54,74^\circ$ és a félegyenesek által bezárt szög $\varphi \approx 109,47^\circ$.