I. megoldás. Jelölje a számokat a kör kerületén sorban $A_1, A_2, \ldots, A_{2006}, A_{2007}$. Tegyük fel, hogy sikerült felírni úgy a számokat, hogy bármely két szomszédos szám közül a nagyobbat a kisebbel elosztva mindig prímszámot kapunk. Ekkor $A_1 \cdot M_1 = A_2$, $A_2 \cdot M_2 = A_3$, $\ldots$, $A_{2006} \cdot M_{2006} = A_{2007}$ és $A_{2007} \cdot M_{2007} = A_1$, ahol tetszőleges $1 \le i \le 2007$ esetén M_i vagy egy prímet jelöl, vagy egy prím reciprokát.

Ezek alapján $A_1 = A_1 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot \ldots \cdot M_{2006} \cdot M_{2007}$, tehát $1 = M_1 \cdot M_2 \cdot \ldots \cdot M_{2006} \cdot M_{2007}$, ahonnan

$$1 = \frac{p_1 p_2 \cdots p_k}{p_{k+1} p_{k+2} \cdots p_{2007}},$$

ahol $1 \le i \le 2007$ esetén p_i egy prímszámot jelöl.

A tört számlálója és nevezője is prímszámok szorzata, így a törtet csak abban az esetben lehet 1-re egyszerűsíteni, ha ugyananazok a tényezők vannak, méghozzá ugyanannyian a nevezőben és a számlálóban. Mivel azonban a tényezők száma összesen 2007, páratlan, ez nem lehetséges.

II. megoldás. Tegyük fel, hogy sikerült felírni a számokat a megadott módon. Mindegyik számhoz rendeljük hozzá a prímtényezőinek a tényleges számát, például $2^3 \cdot 3^5$-hez 8-at, 1-hez nullát. Ha a kör kerületén lépkedünk, akkor két szomszédos szám prímtényezőinek tényleges száma között 1 a különbség. Ha tehát valahonnan elindulunk, és egyesével lépkedünk körbe, akkor minden lépésben a prímtényezők száma 1-gyel változik. Páratlan sok lépés után érkezünk vissza a kiindulási számhoz, azonban ha a prímtényezők számát páratlanszor növeltük vagy csökkentettük 1-gyel, akkor a prímtényezők tényleges száma páratlannal változott meg, így nem kaphatjuk vissza az eredeti számot. Ez ellentmondás, tehát nem nem írhattuk fel így a számokat.