Megoldás. Az egyenletben szereplő tört és négyzetgyökös kifejezés értelmezhetősége miatt $x \neq 6$ és $\dfrac{11x-6}{6-x} \geq 0$, amely feltételek $x \in \left[\dfrac{6}{11}; 6\right[$ esetén teljesülnek.

Az egyenletet 6-tal beszorozva:

$$\frac{6(x^2+1)}{x^2+11} = \sqrt{\frac{11x-6}{6-x}}.$$

Az

$$f(x) = \frac{6(x^2+1)}{x^2+11} = 6\left(1 - \frac{10}{x^2+11}\right)$$

függvény az értelmezési tartományán szigorúan monoton növekvő, így ott invertálható, és az inverze

$$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{11x-6}{6-x}}.$$

Tehát az egyenlet jobb oldalán álló kifejezés a bal oldal inverze.

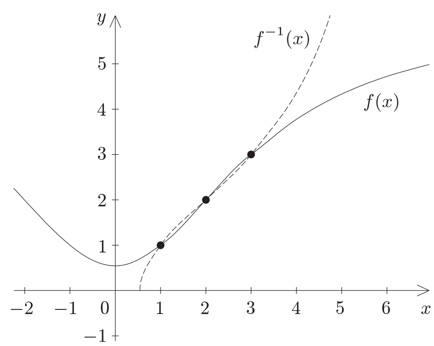
Mivel egy függvény és inverzének képe az $y = x$ egyenesre tükrös, egyenlőségük csak $y = x$ esetben teljesülhet. Eredeti egyenletünk tehát ekvivalens a

$$\frac{6(x^2+1)}{x^2+11} = x$$

egyenlettel. Rendezve: $0 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Szorzattá alakítva:

$$0 = (x-1)(x-2)(x-3).$$

Ennek alapján $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$.



A kapott gyökök kielégítik az egyenletet, hiszen valamennyien az f értelmezési tartományához tartoznak.