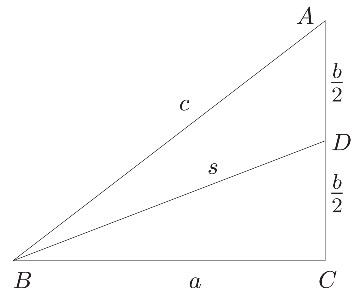
**I. megoldás.** Az $ABC$ derékszögű háromszögben a súlyvonalakat két csoportba osztjuk.




*I. eset:* A befogóhoz tartozó súlyvonalat meghúzva a $BCD$ háromszög is derékszögű, ezért $\frac{b^2}{4}+a^2=s^2$, azaz $56{,}25-a^2=\frac{b^2}{4}$. Innen $a\le\sqrt{56{,}25}=7{,}5$.

Helyettesítsük be a lehetséges egész $a$ értékeket, azaz $a=7,6,5,4,3,2,1$. Csak az $a=6$ esethez kapunk $b$-re egész számot, ekkor $b=9$. De ez sem ad megoldást, mert az $a^2+b^2=c^2$ összefüggésből $c^2=81+36=117$ adódik, ami nem négyzetszám.

*II. eset:* Ha az $s$ súlyvonal az átfogóhoz tartozik, akkor $c=2s=15$. Most $a^2=225-b^2$, ahol a $b$ lehetséges értékei $1,2,\ldots,14$. Csak a $b=9$, illetve a $b=12$ esetén kapunk $a^2$-re négyzetszámot. Ezekben az esetekben azonban $(a;b;c)\ne 1$, így ekkor sem kapunk megoldást. Tehát nincs ilyen derékszögű háromszög.

**II. megoldás.** Jelölje $a$ és $b$ a derékszögű háromszög két befogóját, $c$ pedig az átfogót.

Ha az átfogóhoz tartozó súlyvonal hossza 7,5, az egyben azt is jelenti, hogy $c=15$. Vagyis $a^2+b^2=225$. Mivel 225 osztható 3-mal, a bal oldalon álló kifejezésnek is oszthatónak kell lenni 3-mal. Egy négyzetszám 3-mal osztva 0 vagy 1 maradékot ad, így két négyzetszám összege csak akkor lehet 3-mal osztható, ha mindkét szám osztható 3-mal. Ekkor azonban $a$, $b$ és $c$ nem relatív prím.

Ha az egyik befogóhoz tartozó súlyvonal hossza 7,5 (legyen ez például a $b$ oldal), akkor $a^2+\frac{b^2}{4}=7{,}5^2$, ahonnan $(2a)^2+b^2=225$. A jobb oldal osztható 3-mal, így az előzőekben leírtakhoz hasonlóan kapjuk, hogy $2a$ és $b$ is osztható 3-mal, ezért $a$ és $b$ is, tehát $(a;b;c)\ne 1$, a feladat feltételével ellentétben.