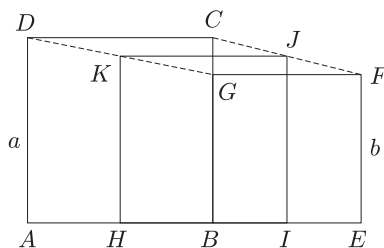


I. megoldás. Jelölje H, I, J és K az AB, BE, FC és GD szakaszok felezőpontját. A feladat szövege szerint:

$$AB = BC = CD = AD = a \quad \text{és} \quad BE = EF = FG = BG = b.$$



Felhasználjuk, hogy a trapéz középvonala (a trapéz szárainak felezőpontját összekötő szakasz) párhuzamos az alapokkal, hossza pedig az alapok összegének felével egyenlő.

Tudjuk, hogy $BG \parallel BC$, mert ez a négyzetek közös oldala, $AD \parallel BC \parallel BG \parallel EF$, mert ezek a megfelelő négyzetek szemköztes oldalai.

Ezért az $ABGD$ és az $EFGB$ négyszögek olyan trapézok, amelyekben az alapok $AD = BC = a$, $BG = EF = b$. Így a középvonalak hossza is egyenlő:

$$HK = IJ = \frac{a+b}{2}.$$

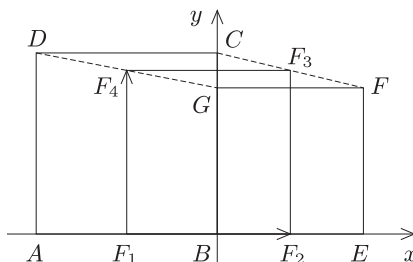
Mivel a trapézok középvonalai párhuzamosak az alapokkal, azért $\angle KHI = \angle JIH = 90^\circ$. Hasonlóan $AE \parallel DC \parallel FG$ és $DC = a$, $FG = b$, így KJ egy olyan trapéz középvonala, amelynek alapjai a és b hosszúak. Tehát

$$KJ = \frac{a+b}{2}, \quad KJ \parallel DC.$$

Ezért $\angle JKH = \angle KJI = 90^\circ$.

Mivel a $H I J K$ négyszögben $HI = IJ = JK = KH$, és a négyszög szögei 90° -osak, ez a négyszög négyzet, melynek területe: $t = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.

II. megoldás. Helyezzük az ábrát abba a koordináta-rendszerbe, ahol az AE egyenes az x , a BC egyenes pedig az y tengely, így B az origó.



Az $ABCD$ négyzet a oldalú, így a csúcok koordinátái: $A(-a; 0)$, $B(0; 0)$, $C(0; a)$, $D(-a; a)$, ahol $a > 0$.

A $BEFG$ négyzet b oldalú, így a csúcok koordinátái: $B(0; 0)$, $E(b; 0)$, $F(b; b)$, $G(0; b)$, ahol $b > 0$.

Számoljuk ki a megfelelő felezőpontok koordinátáit.

Az AB felezőpontja: $F_1\left(-\frac{a}{2}; 0\right)$, a BE felezőpontja: $F_2\left(\frac{b}{2}; 0\right)$, az FC felezőpontja: $F_3\left(\frac{b}{2}; \frac{a+b}{2}\right)$, a DG felezőpontja: $F_4\left(-\frac{a}{2}; \frac{a+b}{2}\right)$. Ekkor:

$$F_1F_2 = \sqrt{\left(-\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right)^2 + (0-0)^2} = \frac{a+b}{2}.$$

Hasonlóan számolható, hogy:

$$F_2F_3 = F_3F_4 = F_4F_1 = \frac{a+b}{2}.$$

Tehát az $F_1F_2F_3F_4$ négyszög rombusz. A rombusz két oldalvektora:

$$\overrightarrow{F_1F_2} \left(\frac{a+b}{2}; 0\right), \quad \overrightarrow{F_1F_4} \left(0; \frac{a+b}{2}\right).$$

Ekkor $\overrightarrow{F_1F_2} \cdot \overrightarrow{F_1F_4} = 0$, vagyis e vektorok merőlegesek egymásra. Ezért az $F_1F_2F_3F_4$ négyszög négyzet, melynek oldalhossza $\frac{a+b}{2}$. Ezek alapján a kérdéses terület: $t = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$.