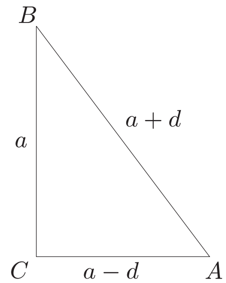
Megoldás. A háromszög oldalai által alkotott számtani sorozat különbsége legyen d, a háromszög oldalai pedig: $BC = a$, $AC = a - d$ és $AB = a + d$, ahol $d > 0$.



Pitagorasz tétele szerint:

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2,$$
$$a^2 - 2ad + d^2 + a^2 = a^2 + 2ad + d^2,$$
$$a^2 - 4ad = 0,$$
$$a(a-4d) = 0.$$

Ez csak akkor lehetséges, ha $a = 0$ vagy ha $a - 4d = 0$.

Az a nem lehet 0, hiszen ez a háromszög egyik oldalának a hossza; így $a = 4d$. Ezért az oldalak hossza: $BC = a = 4d$, $AC = a - d = 3d$ és $AB = a + d = 5d$.

Tehát az oldalak aránya: $AC : BC : AB = 3 : 4 : 5$.

A beírt kör sugara legyen r, továbbá $\dfrac{a+b+c}{2} = s$. Írjuk fel a háromszög területét kétféleképpen:

$$t = r \cdot s = r \cdot \frac{3d + 4d + 5d}{2} = 6rd, \quad \text{valamint} \quad t = \frac{3d \cdot 4d}{2} = 6d^2.$$

Mivel $6rd = 6d^2$, azért $r = d$.

Ezzel bebizonyítottuk, hogy a beírt kör sugara a számtani sorozat különbségével egyenlő, továbbá az oldalak aránya $3 : 4 : 5$.