

**I. megoldás.** Tegyük fel, hogy van olyan táncospár, ahol kettejük magassága között több mint 10 cm a különbség; mondjuk, hogy ilyen az  $n$ -edik legmagasabb pár. Amennyiben itt az  $F_n$  férfi több mint 10 cm-rel magasabb a  $H_n$  hölgnél, akkor  $F_n$  felesége magasabb  $H_n$ -nél. Mivel azonban az  $F_n$ -nél magasabb férfiak ( $F_1, F_2, \dots, F_{n-1}$ ) is több mint 10 cm-rel haladják meg  $H_n$ -et, azért ugyanez az ő feleségükről is elmondható. Tehát legalább  $n$  olyan nő van, aki magasabb  $H_n$ -nél, így nem lehet ő az  $n$ -edik legmagasabb. Ugyanez fordítva elmondható, ha  $H_n$  több mint 10 cm-rel lenne magasabb férfi párjánál.

**II. megoldás.** A táncospárok összeállítását hajtsuk végre a következő protokoll szerint. A házaspárokat először hölgy tagjuk magassága szerint sorba állítjuk úgy, hogy a nők a helyiség egyik fala mellett sorakoznak, mindegyikükkel szemben, a terem szemközti fala mentén áll a férje. Utána a férfiak – immár házastársuktól elszakadva – lépésenként rendeződnek sorba: egy-egy adott pillanatban a sorban valahol két, egymás mellett álló férfi helyet cserél, ha magasságuk nagyságviszonya ellentétes a velük szemben álló két hölgy magasságának viszonyával. Ezen a módon, véges sok csere után valóban a kívánt összeállítás jön létre (buborékalgoritmus). Azt mutatjuk meg, hogy a folyamat mindegyik fázisában az egymással éppen szemben álló bármely férfi–nő pár tagjainak magassága legfeljebb 10 cm-rel tér el egymástól. Kezdetben ez valóban így van; tegyük fel, hogy valamelyik cserénél elromlik. Ez azt jelenti, hogy a csere előtt az  $A$  és  $B$  magasságú nőkkal szemben az  $a$  és  $b$  magasságú férfiak álltak,  $A \geq B$ ,  $a < b$ ,  $|A - a| \leq 10$ ,  $|B - b| \leq 10$ , de  $|A - b| > 10$  vagy  $|B - a| > 10$ . Ha például  $|A - b| > 10$ , akkor  $A - b > 10$ , vagy  $b - A > 10$ . Az előbbi esetben  $A - a > A - b > 10$ , az utóbbiban  $b - B \geq b - A > 10$ , mindkettő ellentmondás, ezért lehetetlen. Ugyanígy jutunk ellentmondásra a  $|B - a| > 10$  feltételezésből is.