Megoldás. (a) Az első kérdésre a válasz tagadó. Ha az r szám piros, akkor $2r = r + r$ is az, és n szerinti teljes indukcióval látszik, hogy az r minden (pozitív) egész számszorosa is piros. Ugyanígy adódik, hogy egy kék színű szám minden többszöröse is kék. Ha létezne egy piros $p = \frac{a}{b}$ és egy kék $k = \frac{c}{d}$ szám (ahol a, b, c, d pozitív egész), akkor emiatt az $ac = (bc)p$ számnak egyrészt pirosnak, másrészt $ac = (ad)k$ miatt kéknek kellene lennie, ami ellentmondás.

(b) A második kérdésre a válasz igenlő. Legyen ugyanis piros minden 1-nél kisebb (pozitív) racionális szám, és legyen kék minden 1-nél nagyobb racionális szám és az 1. Ez a színezés megfelelő, hiszen két, 1-nél kisebb szám szorzata is kisebb mint 1, illetve 1-nél nagyobb vagy egyenlő számok szorzata is legalább 1.

Megjegyzések. 1. A második kérdésre a leírt konstrukció mellett számos más színezés is megadható. Ha például p egy tetszőleges prímszám, akkor pontosan azokat a számokat színezzük pirosra, amelyeknél p a számláló prímtényezős alakjában kisebb kitevőn szerepel, mint a nevezőében. Könnyen belátható, hogy ezzel – bármely p-re – egy kívánt színezéshez jutunk, és különböző prímekhez különböző színezések tartoznak, összesen tehát végtelen sokféle.

2. Természetesen vetődik fel a feladat két kérdése a racionálisok helyett a pozitív valós számokra. A (b) esetében a válasz ugyanaz, mint a racionális számokra, sőt a közölt megoldás is ugyanúgy működik. (A prímtényezős alak segítségével való színezésektől viszont itt már el kell búcsúznunk.) Az (a) kérdésnél azonban egészen más a helyzet. Észrevehetjük, hogy ekkor legalábbis eltűnik az (az iménti negatív választ eredményező) racionális tulajdonság, hogy bármely két r és s számnak létezik közös (egész számú) többszöröse; ilyen ugyanis csak akkor van, ha $\frac{r}{s}$ racionális. Ebből még a kérdésre adandó válasz közvetlenül nem kapható meg, de (komolyabb segédeszköz, pl. az ún. Hamel-bázis alkalmazásával) belátható, hogy a pozitív valós számok már kiszínezhetők – méghozzá végtelen sokféleképpen – az (a) követelménynek megfelelő módon is.