

Megoldás. Jelölje K az $\{1; 2; 4; 8; 16\}$ halmazt. Mivel a 2-es számrendszerben a 0-tól 31-ig terjedő természetes számok mindegyike felírható egyértelműen egy legfeljebb ötjegyű számként, a K összesen öt elemének felhasználásával képezett (legfeljebb öttagú) összegként éppen a 32-vel való osztási maradékok állnak elő, mégpedig egyértelműen.

Legyen M a H halmaz K -ba nem tartozó elemeinek a halmaza. Az M minden X részhalmazához a fentiek szerint létezik pontosan egy olyan Y részhalmaza K -nak, hogy az X és Y halmazok egyesítésének elemeit összeadva az összeg 32-vel való osztási maradéka előre megadott, esetünkben 7 legyen: ha ugyanis az X elemeinek összege t , akkor az az Y lesz megfelelő, amelynek elemeit összeadva éppen $(7 - t)$ -nek a 32-vel való (nemnegatív) osztási maradékát kapjuk. A D tehát megegyezik az M összes részhalmazainak a számával, $2^{|M|} = 2^{2001}$ -nel. Az S meghatározása hasonló D kiszámításához: az iménti K helyett itt a $K^* = \{1; 2; 4; 8\}$ halmaz elemeiből képezett összegekkel tudunk tetszőleges, 16-tal való osztási maradékot egyértelműen előállítani; ezért S értéke az $M^* = \{1 \leq x \leq 2006 \mid x \neq 1, 2, 4, 8\}$ részhalmazainak száma, $2^{|M^*|} = 2^{2002} = 2D$.