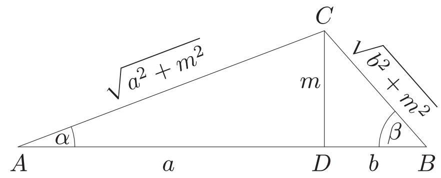

Megoldás. Vegyük fel az ABC háromszöget úgy, hogy $CAB\sphericalangle = \alpha$, $CBA\sphericalangle = \beta$. Húzzuk meg a háromszög C csúcsából induló m magasság vonalát, talppontja az AB oldal egyenesén D. Az $AD = a$ és $BD = b$ jelölés mellett

$$AC = \sqrt{a^2+m^2}, \quad BC = \sqrt{b^2+m^2}.$$

A derékszögű háromszögekből

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m}{a} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{m}{b}.$$

A (2) egyenlet szerint $\dfrac{m}{b} = 3\cdot\dfrac{m}{a}$, és innen $a = 3b$. Továbbá

$$\sin\alpha = \frac{m}{\sqrt{a^2+m^2}}, \quad \sin\beta = \frac{m}{\sqrt{b^2+m^2}}, \quad \cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+m^2}}, \quad \cos\beta = \frac{b}{\sqrt{b^2+m^2}}.$$

A kétszeres szögekre ismert azonosság felhasználásával (1) átalakítható a következőképpen: $2\sin\beta\cos\beta = 3\sin\alpha\cos\alpha$. Írjuk be $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\sin\beta$, $\cos\beta$ előbb kapott értékeit:

$$2\cdot\frac{m}{\sqrt{m^2+b^2}}\cdot\frac{b}{\sqrt{m^2+b^2}} = 3\cdot\frac{m}{\sqrt{m^2+a^2}}\cdot\frac{a}{\sqrt{m^2+a^2}}\,.$$

Egyszerűsítsünk $m \neq 0$-val. Végezzük el a nevezőben a kijelölt műveleteket, és írjuk a helyébe az előbb kapott $3b$-t:

$$\frac{2b}{m^2+b^2} = \frac{9b}{m^2+9b^2}\,.$$

Hozzunk közös nevezőre és rendezzük az egyenletet. Az eredmény:

$$7m^2 = 9b^2, \qquad \text{ahonnan} \qquad m = \frac{3\sqrt{7}}{7}\,b.$$

Tehát

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m}{a} = \frac{3\sqrt{7}\,b}{7\cdot 3\,b} = \frac{\sqrt{7}}{7}, \qquad \text{innen} \quad \alpha \approx 20{,}70^\circ,$$

$$\text{és} \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{m}{b} = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \qquad \text{innen} \quad \beta \approx 48{,}59^\circ.$$