Megoldás. Kínálkozik a dinamikai megoldás. A higanyra erőt fejt ki a Föld és a henger. A hengerre erőt fejt ki a Föld, a higany és a lejtő. A (higany + henger) rendszerre tehát a Föld és a lejtő fejtenek ki erőt, melyek következtében a rendszer tömegközéppontja a lejtővel párhuzamos a gyorsulással mozog. S-sel jelölve a hengerre ható súrlódási erőt, a dinamika alaptörvénye szerint

$$(m+M)g\sin\alpha - S = (m+M)a.$$

A lejtőn csúszásmentesen gördülő henger az ugyancsak a gyorsulással mozgó tömegközéppontja körül $\beta = a/R$ szöggyorsulással forog. A gyorsuló forgást az S súrlódási erő idézi elő. (Vegyük észre, hogy a higany nem forog, mivel a henger és a higany közötti súrlódás elhanyagolható.) Így a forgásra vonatkozó dinamikai egyenlet:

$$SR = MR^2\,\frac{a}{R},$$

amelyből

$$S = Ma$$

adódik. Ezt a haladó mozgás dinamikai egyenletébe helyettesítve a gyorsulásra kapjuk:

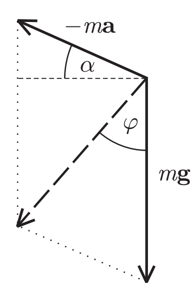
$$a = \frac{m+M}{m+2M}\,g\sin\alpha.$$

Speciális esetekben:

$$a = \begin{cases} g\sin\alpha, & \text{ha} \quad M \ll m; \\ \dfrac{2}{3}g\sin\alpha, & \text{ha} \quad M = m; \\ \dfrac{1}{2}g\sin\alpha, & \text{ha} \quad M \gg m. \end{cases}$$

A higany felszínének a vízszintessel bezárt szögét legegyszerűbben abból határozhatjuk meg, hogy a folyadék felszíne a folyadékkal együtt mozgó gyorsuló rendszerben is merőleges a rá ható (nehézségi + tehetetlenségi) erők eredőjére. Amekkora φ szöget zár be ez az eredő erő a függőlegessel, akkora φ szöget fog a higany felszíne a vízszintessel bezárni. A *2. ábra* alapján a keresett szög tangense könnyen meghatározható:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{ma\,\cos\alpha}{mg - ma\,\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\dfrac{g}{a} - \sin\alpha}.$$



2. ábra

Vizsgáljuk meg a gyorsulásra felírt három speciális esetet!

a) $M \ll m$ esetén

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\alpha}{\dfrac{1}{\sin\alpha} - \sin\alpha} = \operatorname{tg}\alpha,$$

vagyis ekkor $\varphi = \alpha = 10°$.

b) $M = m$ esetén

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\alpha}{\dfrac{3}{2\sin\alpha} - \sin\alpha} = \frac{2\sin\alpha\,\cos\alpha}{3 - 2\sin^2\alpha},$$

amiből $\varphi = 6{,}636° \approx 6{,}6°$.

c) $M \gg m$ esetén

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\cos\alpha}{\dfrac{2}{\sin\alpha} - \sin\alpha} = \frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{2 - \sin^2\alpha},$$

ahonnan $\varphi = 4{,}962° \approx 5{,}0°$.

Megjegyzés. A $M \gg m$ eset diszkussziója nem volt feladat, itt csak a szimmetria kedvéért, no meg azért is tárgyaltuk, mert néhány versenyző figyelmetlenségből ezt vizsgálta az $M \ll m$ eset helyett.