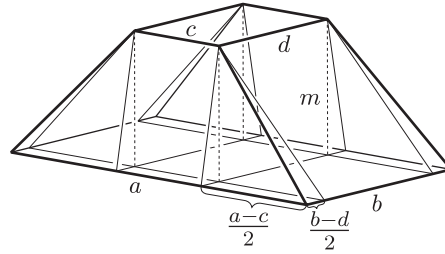


Megoldás. Vetítsük merőlegesen a fedőlapot az alaplagra. A vetített lap és vetülete, valamint a vetítősugarak által meghatározott téglatest térfogata: $V_1 = cdm$.



E téglatest oldallapjai, mint síkok, a poliédert részekre bontják. Kapunk 4 db egybevágó gúlát, melyek térfogata:

$$V_2 = \frac{Tm}{3} = \frac{\left(\frac{b-d}{2}\right) \left(\frac{a-c}{2}\right) m}{3} = \frac{(b-d)(a-c)m}{12},$$

ezenkívül keletkezik két-két egybevágó, háromszög alapú hasáb; ezek térfogata:

$$V_3 = \frac{\left(\frac{b-d}{2}\right) m}{2} c = \frac{(b-d)m}{4} c \quad \text{és} \quad V_4 = \frac{\left(\frac{a-c}{2}\right) m}{2} d = \frac{(a-c)m}{4} d.$$

Így a poliéder térfogata:

$$V = V_1 + 4V_2 + 2V_3 + 2V_4 = cmd + 4 \frac{(b-d)(a-c)m}{12} + 2 \frac{(b-d)m}{4} c + 2 \cdot \frac{(a-c)m}{4} d.$$

Kiemelve $\frac{m}{6}$ -ot és elvégezve a műveleteket:

$$\begin{aligned} V &= \frac{m}{6} [6cd + 2(b-d)(a-c) + 3(b-d)c + 3(a-c)d] = \\ &= \frac{m}{6} [6cd + 2ba + 2dc - 2bc - 2ad + 3bc - 3dc + 3ad - 3cd] = \\ &= \frac{m}{6} [2ab + bc + 2cd + ad]. \end{aligned}$$

A zárójelen belül álló kifejezésért szorzattá alakítva:

$$V = \frac{m}{6} [(2a+c)b + (2c+a)d].$$

Tehát az adott képlet valóban megadja a poliéder térfogatát.