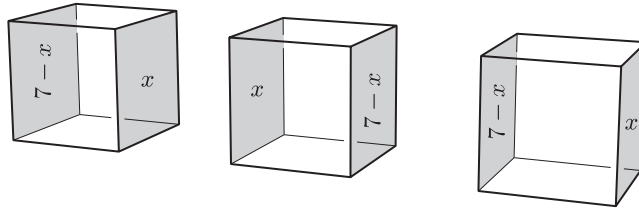


**I. megoldás.** Egy szabályos dobókockán bármely két szemközti lapon összesen 7 pötty van.

Vegyünk egy tetszőleges külső kis kockát és ennek egy külső lapját. Ha ezen a lapon levő pöttyök száma  $x$ , akkor a vele szemben fekvő lapon  $7 - x$  pötty található. A feladat szerint azon a lapon, ami a  $(7 - x)$ -es lappal illeszkedik, ugyancsak  $7 - x$  pötty található. Az ezzel szemben fekvő lapon  $7 - (7 - x) = x$ , az ezzel a lappal illeszkedő lapon szintén  $x$ , végül a vele illeszkedő lapon ismét  $7 - x$  pötty található (lásd az *ábrát*).



Észrevehető, hogy ez a legutóbbi lap a nagy kocka felszínén van, és egyértelműen megfeleltethető az eredeti kis kocka lapjának, mivel azzal szemben fekszik. Tehát a nagy kocka külsején levő  $6 \cdot 3^2 = 54$  kis lap párokba rendezhető úgy, hogy minden lap pontosan egy párban szerepel és a párokban levő lapokon található pöttyök számának összege 7. Mivel  $\frac{54}{2} = 27$  ilyen pár van, a kocka felszínén összesen  $27 \cdot 7 = 189$  pötty van.

*Megjegyzés.* Hasonló módon igazolható, hogy egy  $(2n + 1) \times (2m + 1) \times (2k + 1)$ -es, a feladatbeli tulajdonsággal rendelkező téglatest felszínén található pöttyök száma

$$7 \cdot [(2n + 1)(2m + 1) + (2n + 1)(2k + 1) + (2m + 1)(2k + 1)].$$

**II. megoldás.** Egy szabályos dobókocka felszínén oldalpáronként 7 pötty van összesen, és a dobókockán három oldalpár van. Egy dobókockán tehát  $3 \cdot 7 = 21$  pötty van, 27 kockán összesen  $27 \cdot 21 = 567$ . Ebből a számból kell levonni az összeragasztott lapokon található pöttyök számát.

Vegyünk három egymás mellé ragasztott kockát. A középső kockának a leragasztott oldalain összesen 7 pötty van. A másik két kockának a két leragasztott lapja ugyanannyi pöttyöt takar le, mint a középső kocka két leragasztott lapja, azaz szintén 7 pöttyöt. Egy kockahármas tehát 14 pöttyöt takar el.

A nagy kocka szemben fekvő lappárjainak mindegyike 9, összesen 27 ilyen kockahármas határoznak meg, így a letakart pöttyök száma  $27 \cdot 14 = 378$ .

A nagy kocka felszínén tehát összesen  $567 - 378 = 189$  pötty van.