

Megoldás. Ha $v = 0$, akkor a (2) egyenletből $x = -z$, a (3)-ból $x = -y$, ami csak úgy lehetséges, ha $x = y = z = 0$. Feltehetjük, hogy $v \neq 0$.

Vonjuk ki (2)-ből (1)-et, kapjuk, hogy

$$(4) \quad y(v - 1) = 0.$$

Innen, ha $v = 1$, a következő egyenletrendszerhez jutunk:

$$x + y + z = 1,$$

$$x + y + z = 1,$$

$$x + y + z = 1,$$

aminek végtelen sok megoldása van, minden olyan számhármassal, aminek az összege 1. Feltehetjük tehát, hogy $v \neq 1$.

Ha (4)-ben $y = 0$, akkor az egyenletrendszer:

$$x + z = v,$$

$$x + z = v,$$

$$x + v^2 z = v^2.$$

Az első egyenletből $x = v - z$, ezt helyettesítve a harmadik egyenletbe:

$$v - z + v^2 z = v^2, \quad \text{azaz} \quad z = \frac{v(v - 1)}{v^2 - 1};$$

ha $v \neq -1$, akkor

$$z = \frac{v(v - 1)}{(v - 1)(v + 1)}.$$

A törtet egyszerűsítjük $(v - 1)$ -gyel, kapjuk, hogy

$$z = \frac{v}{v + 1}, \quad \text{és} \quad x = v - \frac{v}{v + 1} = \frac{v^2}{v + 1},$$

az egyenletrendszernek van megoldása.

Ha pedig $v = -1$, akkor az

$$x + y + z = -1,$$

$$x - y + z = -1,$$

$$x + y + z = 1$$

egyenletrendszerhez jutunk. Az első és harmadik egyenlet ellentmondó, azaz $v = -1$ esetén nincs megoldása az egyenletrendszernek s ez az egyetlen ilyen v érték.