Megoldás. Tudjuk, hogy egy O középpontú R sugarú k körvonaltól egyenlő d távolságra lévő pontok összessége két olyan k-val koncentrikus kör, amelyeknek sugara $R+d$, illetve $R-d$. Az első kör a körlemezen kívül van, míg a második belül, esetleg csak egyetlen pont.

Vegyük fel az egységnyi oldalú $ABCD$ rombuszt, melynek egyik hegyes-szöge $60°$.

1. eset. Válasszuk ki a rombusz három, szabályos háromszöget alkotó csúcsát. Legyen ez például az A, B és D. Rajzoljuk meg az ABD szabályos háromszög körülírt körét, középpontja O, sugara (mivel a súlyvonal és a magasságvonal megegyezik) a magasság $\frac{2}{3}$-a, azaz

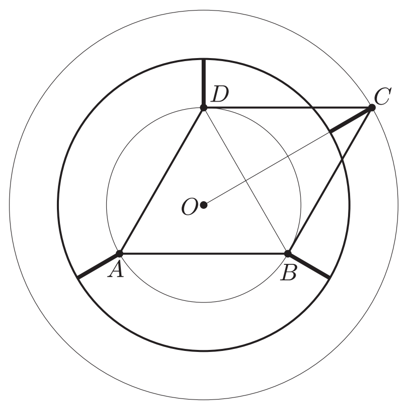
$$r_1 = OD = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Rajzoljuk meg az O középponttal az OC sugarú kört, ahol

$$r_2 = OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

A keresett O középpontú kör – vagyis az, amelynek pontjai az előző két koncentrikus körtől egyenlő távolságra vannak – sugara:

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

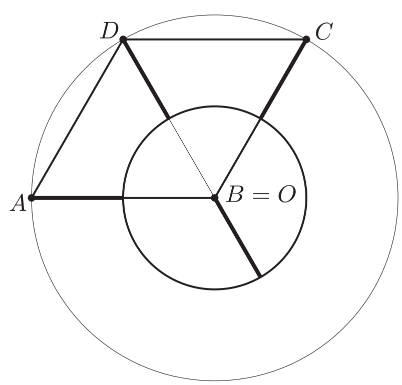


Két ilyen kört kapunk aszerint, hogy az ABD vagy BCD szabályos háromszöget választottuk ki először. Az így rajzolt körtől a rombusz csúcsai egyenlő távolságra lesznek.

2. eset. Tekintsük most az ACD háromszöget, és rajzoljuk meg a körülírt körét. A rombusz B csúcsa a körülírt kör középpontja, hiszen

$$BA = BD = BC = 1,$$

és így $r_1 = 1$, $r_2 = 0$; a keresett kör sugara $r = \frac{1}{2}$.

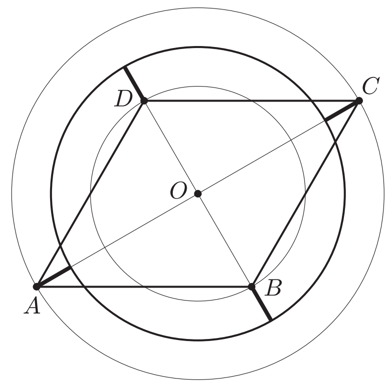


Az így kapott körtől a rombusz csúcsai egyenlő $\frac{1}{2}$ távolságra lesznek. Most is két kört kapunk aszerint, hogy az ACD vagy az ABC háromszögből indulunk ki.

3. eset. Két koncentrikus kör a rombusz két-két csúcsát tartalmazza. Ez csak a rombusz két-két átellenes csúcsa lehet, a két kör közös középpontja az átlók metszéspontja, O. A B-n és D-n átmenő kör sugara $r_1 = \frac{1}{2}$. Az O középpontú, A-n és C-n átmenő kör sugara $r_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$. A keresett mértani hely az előző körökkel koncentrikus

$$r = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

sugarú kör. Most csak egy megoldást kapunk.



Tehát összesen 5 olyan körvonal van, amelytől a rombusz csúcsai egyenlő távolságra vannak.