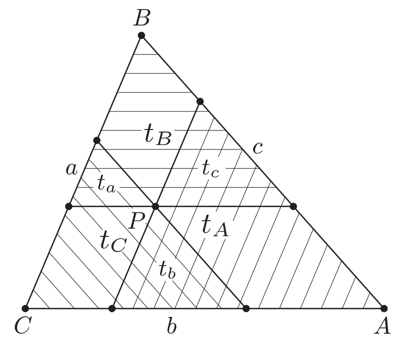
Megoldás. Jelöljük az egyenesek háromszögön belüli szakaszainak hosszát x-szel.

Az *ábrán* látható összes háromszög hasonló, mivel oldalaik párhuzamosak. Jelöljük ezek területeit az ábra szerint, továbbá az ABC háromszög területét T-vel. Vegyük észre, hogy $t_A + t_B + t_C = T + t_a + t_b + t_c$.



A hasonlóságok miatt

$$t_A = \left(\frac{x}{a}\right)^2 T, \quad t_B = \left(\frac{x}{b}\right)^2 T, \quad t_C = \left(\frac{x}{c}\right)^2 T,$$

valamint felhasználva, hogy az ábrán levő paralelogrammák szemközti oldalai egyenlők:

$$t_a = \left(\frac{a-x}{a}\right)^2 T, \quad t_b = \left(\frac{b-x}{b}\right)^2 T, \quad t_c = \left(\frac{c-x}{c}\right)^2 T.$$

Így a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 T + \left(\frac{x}{b}\right)^2 T + \left(\frac{x}{c}\right)^2 T = T + \left(\frac{a-x}{a}\right)^2 T + \left(\frac{b-x}{b}\right)^2 T + \left(\frac{c-x}{c}\right)^2 T.$$

T-vel egyszerűsítve és rendezve:

$$4 - 2x\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0.$$

Következésképpen a keresett hosszúság:

$$x = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}},$$

éppen az oldalak harmonikus közepének $\dfrac{2}{3}$ része.