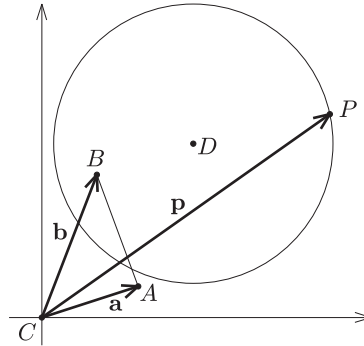


Megoldás. A megoldáshoz a vektorok skaláris szorzatának fogalmát és tulajdonságait használjuk fel. C -t választva origónak, az A, B, P pontok helyvektorai legyenek rendre $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{p}$. Ekkor az $AP^2 + BP^2 = CP^2$ feltétel $(\mathbf{p} - \mathbf{a})^2 + (\mathbf{p} - \mathbf{b})^2 = \mathbf{p}^2$ alakban írható fel. Kifejtés és átrendezés után azt kapjuk, hogy $\mathbf{p}^2 - 2(\mathbf{a} + \mathbf{b})\mathbf{p} + \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 = \mathbf{0}$. Teljes négyzetté alakítva $[\mathbf{p} - (\mathbf{a} + \mathbf{b})]^2 = 2\mathbf{a}\mathbf{b}$. A jobb oldal

$$2\mathbf{a}\mathbf{b} = 2 \cdot AC \cdot CB \cdot \cos \gamma = AC^2 + BC^2 - AB^2.$$

Legyen a C csúcstükörképe az AB szakasz felezőpontjára D , ekkor $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ éppen a D pont helyvektora, a feltételt tehát $PD^2 = AC^2 + BC^2 - AB^2$ alakban írhatjuk fel.



Ha $\gamma > 90^\circ$, vagyis az ABC háromszögnek C -nél tompaszöge van, akkor a mértani hely üres. Ha $\gamma = 90^\circ$, akkor a mértani hely egyedül a D pontból áll, ha pedig γ hegyesszög, akkor a P pontok mértani helye a D középpontú $\sqrt{AC^2 + BC^2 - AB^2}$ sugarú körvonal lesz.