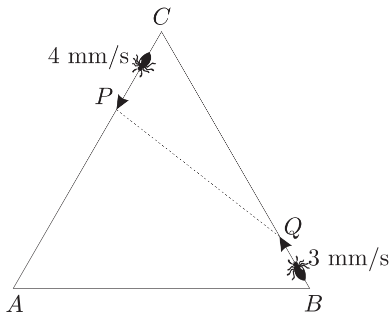
Megoldás. Vizsgáljuk meg a bogarak helyzetét az indulástól számított t másodperc múlva.



A C csúcsból induló bogár $4t$ utat tett meg, a B csúcsból induló pedig $3t$ utat. Keressük a PQ szakasz minimumát. PQ-t ki tudjuk számolni a koszinusz tétel segítségével:

$$PQ^2 = CP^2 + CQ^2 - 2CP \cdot CQ \cdot \cos\alpha.$$

Felhasználva, hogy $CP = 4t$, $QB = 3t$ és ezért $CQ = 60 - 3t$:

$$PQ^2 = (4t)^2 + (60-3t)^2 - 2 \cdot 4t \cdot (60-3t) \cdot 0{,}5,$$

mivel $\cos 60^\circ = 0{,}5$. Innen a jobb oldalt kifejtés után teljes négyzetté alakítva:

$$PQ^2 = 37t^2 - 600t + 3600 = 37\left[\left(t - \frac{300}{37}\right)^2 + \frac{43\,200}{1369}\right].$$

PQ^2-nek pontosan ott van minimuma, ahol PQ-nak, mivel a négyzetfüggvény a pozitív számok körében szigorúan monoton. Így a keresett minimumhely $t = \dfrac{300}{37}$, ekkor

$$PQ = \sqrt{\frac{43\,200}{37}} \approx 34{,}17.$$

Tehát 8,11 s múlva lesznek egymáshoz a legközelebb, távolságuk ekkor 34,17 mm.

Megjegyzés. Sok megoldó „ösztönösen”, bizonyítási kísérlet nélkül kimondott olyan állításokat a szélsőérték helyére vonatkozóan, amelyek nem igazak. (A leggyakoribbak: az APQ háromszög egyenlő szárú – vagyis a keresett szakasz párhuzamos AB-vel –, illetve a keresett szakasz merőleges például az AC oldalra.)

Néhányan félreértették a feladatot, azt hitték, hogy a bogarak körbe-körbe mennek a háromszög kerületén, amíg a gyorsabb utól nem éri a lassabbat.