I. megoldás. A sorszámozás ciklikus jellegét követve vezessük be az $x_{n+1} = x_1$ jelölést. Legyen i egy tetszőlegesen rögzített érték az $1, 2, \dots, n$ közül, és vizsgáljuk meg az $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1$ összeg viselkedését abban az esetben, ha a változók a ± 1 értékeket vehetik fel, és egy ilyen kiosztást követően x_i előjelét az ellenkezőjére változtatjuk. Az x_i megváltozása az összegnek csupán két (szomszédos) tagját befolyásolja, ezért elegendő az $x_{i-1}x_i + x_ix_{i+1}$ sorsát nyomon követni. Az x_{i-1}, x_i, x_{i+1} értéke 1 vagy -1, így a szorzatok értéke is csak 1 vagy -1 lehet; ennek megfelelően $x_{i-1}x_i + x_ix_{i+1}$ csak a -2, 0 vagy 2 értékek valamelyikét veheti fel. A két szorzat összege pontosan akkor -2, ha mindkét szorzat -1, ami azt jelenti, hogy x_i előjele x_{i-1} és x_{i+1} előjelével is ellentétes. Így, ha x_i előjelét az ellenkezőjére változtatjuk, akkor $x_{i-1} = x_i = x_{i+1}$ folytán az összeg értéke -2-ről 2-re változik. Az eseménysort visszafelé lepergetve elmondhatjuk, hogy ha kezdetben $x_{i-1}x_i + x_ix_{i+1} = 2$ – ami akkor és csak akkor teljesül, ha $x_{i-1} = x_i = x_{i+1}$ – úgy az x_i előjelének megváltoztatása után az összeg új értéke -2. Hasonlóan látható, illetve formális logikai következtetéssel is adódik, hogy ha $x_{i-1}x_i + x_ix_{i+1} = 0$, akkor az összeg értéke az x_i ellentettjével is 0 marad. Ezzel beláttuk, hogy az $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1$ kifejezés értéke mindig 0-val vagy ± 4-gyel változik, ha az egyik x_i helyett a -1-szeresét szerepeltetjük.

Tegyük fel ezután, hogy $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0$. Változtassuk meg egyenként a negatív x_i értékeket $+1$-re; így végül mindegyikük 1 lévén, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = n$ lesz. A változás minden lépésben 4-gyel osztható volt, ezért a végső eltérés, $n - 0 = n$ is osztható 4-gyel.

Megfordítva: tegyük fel, hogy n osztható 4-gyel, azaz $n = 4k$. Legyen ekkor $x_{4t+1} = 1$, $x_{4t+2} = -1$, $x_{4t+3} = 1$, $x_{4t} = 1$ ($t = 0, 1, \dots, k$ mellett). Ekkor az $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1$ összegben két -1 értékű szorzatot mindig két 1 értékű követ, ezért az összeg nulla.

Tehát a feladat követelményét pontosan a 4-gyel osztható n számok elégítik ki.

Megjegyzés. Abban az esetben, amikor az n osztható 4-gyel, számos más konstrukcióval is elérhető, hogy a szóban forgó összeg értéke nulla legyen; ezeket azonban nem részletezzük. Viszont a megoldás azon részére, hogy a $4 \mid n$ feltétel szükséges, egy további megközelítést is mutatunk.

II. megoldás. Az $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n, x_1$ sorozatban akkor beszélünk *jelváltásról,* ha valamilyen $1 \le j \le n$-re az x_j és x_{j+1} előjele különböző. A jelváltás annak szükséges és elégséges feltétele, hogy az x_jx_{j+1} szorzat értéke -1 legyen. Ha a jelváltások száma V, akkor tehát $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = (-1) \cdot V + 1 \cdot (n - V) = n - 2V$. Így, ha a fenti kifejezés értéke 0, akkor $n = 2V$ páros. Másrészt a sorozat első és utolsó eleme egyenlő, ezért a jelváltások V száma szükségképpen páros, azaz n osztható 4-gyel.