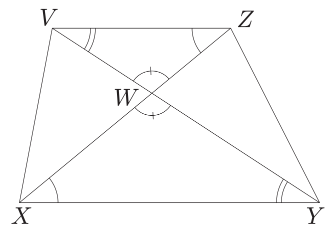
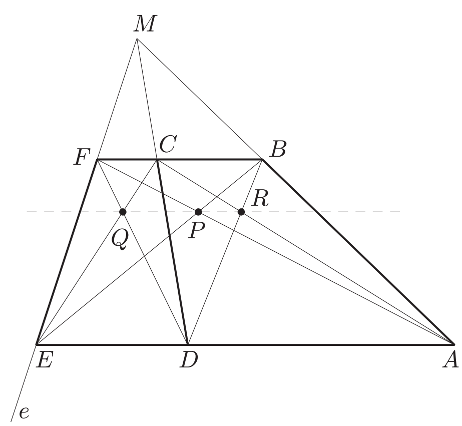
Megoldás. Először megmutatjuk, hogy *bármely trapézban az átlók metszéspontjának az alapoktól való távolságainak aránya egyenlő az alapok hosszának arányával.* Ha ugyanis az $XYZV$ trapéz átlóinak metszéspontja W (*1. ábra*), akkor az XYW és ZVW háromszögek hasonlóak, mert megfelelő szögeik egyenlők (az X-nél és Z-nél, valamint az Y-nál és V-nél lévő szögek váltószögek, a W-nél lévők pedig csúcsszögek). A hasonlóság aránya pedig $\frac{XY}{ZV}$, tehát ilyen arányban áll a két háromszög W-hez tartozó magasságainak hossza is. Ez viszont nem más, mint W-nek az XY és ZV egyenesektől vett távolságainak aránya.



1. ábra

Tekintsük most a feladatban szereplő trapézokat. Az előbb bizonyítottak alapján P-nek az AD és BC egyenesektől vett távolságainak aránya $AE : BF$, Q-nak pedig az ugyanezen egyenesektől vett távolságainak aránya $DE : CF$. A párhuzamos szelők tétele szerint $AE : BF = ME : MF = DE : CF$, vagyis a P és Q pontok az AD és BC egyenesek között, az AD egyenestől ugyanakkora távolságra helyezkednek el, PQ tehát valóban párhuzamos az AD egyenessel.



2. ábra

Megjegyzés. Ha az $ABCD$ trapéz átlóinak metszéspontja R, akkor R-nek az alapoktól való távolságainak az aránya is $AD : BC = AE : BF$, vagyis a PQ egyenesen R is rajta van. Tehát az M-en átmenő három egyenes, valamint az egymással párhuzamos AD és BC egyenesek által alkotott három trapéz átlóinak metszéspontjai egy AD-val párhuzamos egyenesen vannak.