

Megoldás. A zárójeleket felbontva, az egyenletet zérusra rendezve és kiemeléseket végezve a következőket kapjuk:

$$\begin{aligned}x^6 + y^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 &= x^6 + y^6 - 2x^3y^3, \\3x^4y^2 + 3x^2y^4 + 2x^3y^3 &= 0, \\x^2y^2(3x^2 + 3y^2 + 2xy) &= 0, \\x^2y^2((x + y)^2 + 2(x^2 + y^2)) &= 0.\end{aligned}$$

Egy szorzat akkor 0, ha valamelyik tényezője 0. Három eset lehetséges:

1. $x^2 = 0$, tehát $x = 0$, ekkor y értéke tetszőleges.
2. $y^2 = 0$, tehát $y = 0$, ekkor x értéke tetszőleges.
3. $(x + y)^2 + 2x^2 + 2y^2 = 0$. A kifejezés három négyzetszám összege. Minden négyzetszám nemnegatív, ezért az összegük is csak akkor lesz 0, ha külön-külön mindegyik 0. $2x^2 = 0$, tehát $x = 0$; $2y^2 = 0$, vagyis $y = 0$. Ekkor $x + y = 0$ is igaz, így $(x + y)^2 = 0$ is teljesül. Ez a megoldás viszont az 1. és a 2. esetben is benne van.

A megoldások: $x = 0$ és y tetszőleges valós szám; $y = 0$ és x tetszőleges valós szám.