

Megoldás. Tudjuk, hogy $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$. Mivel $\operatorname{ctg} x = \sin x$, azért

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

Rendezve: $\operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{ctg}^2 x - 1 = 0$, amiből

$$\operatorname{ctg}^2 x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \text{illetve} \quad \operatorname{ctg}^2 x = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}.$$

Ez utóbbi nem lehet, hiszen bármely szám négyzete nemnegatív.

Így $\operatorname{ctg}^2 x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, ezért

$$\operatorname{ctg} x = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}, \quad \text{vagy} \quad \operatorname{ctg} x = -\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}.$$

Természetesen az átalakításoknak csak akkor van értelme, ha $\sin x \neq 0$, azaz $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), illetve $\operatorname{ctg} x \neq 0$, vagyis $x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$ ($n \in \mathbb{Z}$). Könnyen látható, hogy ezek a „kikötések” nem szűkítik a megoldások körét.