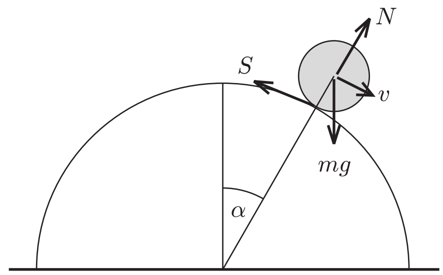
Megoldás. Legyen a félgömb középpontját a golyó középpontjával összekötő egyenes és a függőleges hajlásszöge α (lásd az *ábrát*)! A golyó tömegközéppontjának sebességét v-vel, érintő irányú gyorsulását a-val, a felületek közötti nyomóerőt pedig N-nel jelöljük.



A golyó megcsúszásának pillanatában a súrlódási erő $S = \mu N$, így a mozgásegyenletek:

(1) $$mg\sin\alpha - \mu N = ma,$$

(2) $$m\frac{v^2}{R+r} = mg\cos\alpha - N.$$

A forgómozgásra vonatkozó mozgásegyenlet:

(3) $$\Theta\frac{a}{r} = \mu N r,$$

ahol $\Theta = \dfrac{2}{5}mr^2$ a homogén tömegeloszlású golyó tehetetlenségi nyomatéka.

Megjegyzés. A (3) egyenlet felírásánál felhasználtuk, hogy a golyó a megcsúszás pillanatáig tisztán gördül, vagyis a golyó félgömbbel érintkező pontjának pillanatnyi sebessége nulla: $v - r\omega = 0$, ahol ω a golyó szögsebessége. Innen kapjuk, hogy $\omega = \dfrac{v}{r}$, a golyó szöggyorsulása pedig $\dfrac{a}{r}$ nagyságú.

Tudjuk továbbá, hogy a megcsúszás pillanatáig a golyó mechanikai energiája megmarad:

(4) $$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\,\Theta\,\left(\frac{v}{r}\right)^2 = mg(R+r)\,(1-\cos\alpha).$$

Az (1) és (3) egyenletekből

$$a = \frac{5}{7}\,g\sin\alpha,$$

(2)-ből és (4)-ből pedig

$$N = mg\,\left(\frac{17}{7}\cos\alpha - \frac{10}{7}\right).$$

Ezeket (3)-ba helyettesítve a megcsúszás helyzetét jellemző α szög és a súrlódási együttható között az alábbi összefüggést kapjuk: $2\sin\alpha = 17\mu\,\cos\alpha - 10\,\mu$. Négyzetre emelés után $\cos\alpha$-ra másodfokú egyenlet adódik:

$$(289\,\mu^2+4)\cos^2\alpha - 340\,\mu^2\cos\alpha + (100\,\mu^2-4) = 0,$$

melynek számunkra érdekes (a kisebb α szöghöz tartozó) megoldása a megadott súrlódási együtthatóval számolva: $\cos\alpha \approx 0{,}87$, azaz $\alpha \approx 29°$.

A súrlódási erő a megcsúszás pillanatában:

$$S = \mu\,N = \mu mg\left(\frac{17}{7}\cos\alpha - \frac{10}{7}\right) \approx 20{,}4\ \mathrm{N}.$$

Megjegyzés. Érdekes, hogy a megcsúszás szöge csak a súrlódási együtthatótól függ, a golyó és a félgömb méretarányától *nem!*