Megoldás. Rendezzük át az egyenlőtlenséget, hozzunk közös nevezőre és alakítsunk szorzattá:

$$\frac{x}{y}-\frac{y}{x}+\frac{1}{x}-\frac{1}{y}+y-x\geq 0,$$

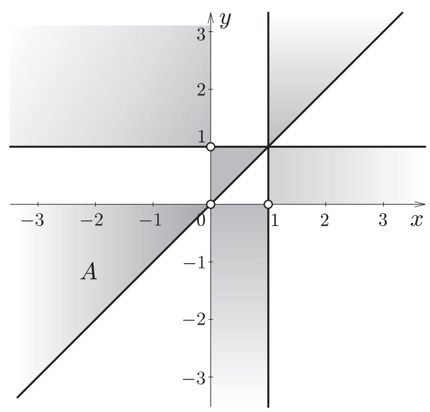
$$\frac{x^2-y^2+y-x+xy^2-x^2y}{xy}\geq 0,$$

$$\frac{(x-y)(x+y-1-xy)}{xy}\geq 0,$$

$$\frac{(x-y)(x-1)(1-y)}{xy}\geq 0.$$

A tört számlálójában és nevezőjében összesen 5 tényező van, értéke pontosan akkor lesz nemnegatív, ha ezek között 0, 2 vagy 4, vagyis páros sok negatív van; vagy a számláló valamelyik tényezője 0.

Ha a koordinátarendszerben ábrázoljuk az $Ax+By+C=0$ egyenletű egyenest, akkor ez a síkot két félsíkra bontja, az egyik félsík pontjaira $Ax+By+C>0$, a másik pontjaira pedig $Ax+By+C<0$. Ezért esetünkben ábrázolni kell az egyeneseket, melyeknek egyenlete: $y=x$, $x=1$, $y=1$, $x=0$, $y=0$.



Ezek az egyenesek a síkot az *ábrán* látható módon 12 részre osztják. Megvizsgálva az egyes részeket, besatíroztuk azokat, amelyekre teljesül az egyenlőtlenség. Az $x=0$ és $y=0$ egyenesek nem tartoznak a jó halmazba, mert a nevező nem lehet 0; de az $y=x$, $x=1$, $y=1$ egyenesek hozzátartoznak, mert a számláló lehet 0.

A szomszédos síkrészek váltakozva jók vagy rosszak, mert egy egyenes egyik oldaláról a másik oldalára lépve, pontosan egy tényező előjele változik meg.

Megjegyzés. Sokan megfeledkeztek arról, hogy $xy\neq 0$, ők legfeljebb 2 pontot kaptak. Voltak, akik xy előjelének vizsgálata nélkül megszorozták az egyenlőtlenség mindkét oldalát xy-nal, ők legfeljebb 1 pontot kaphattak.