

Megoldás. Legyen $e = 0,5$ cm az egység hossz, ekkor az átló hossza: $\sqrt{2} \cdot e$ cm.

Körnek nevezzük a töröttvonal minden olyan részét, amely az y tengely origó feletti részének két szomszédos pontja között halad (vagyis a töröttvonal $4i$. és $4(i+1)$. pontja közötti részét).

Az 1. kör hossza: $h_1 = 5e + \sqrt{2}e = (5 + \sqrt{2})e$,

a 2. köré: $h_2 = 11e + 3\sqrt{2}e = (5 + \sqrt{2})e + (6 + 2\sqrt{2})e$,

a 3. köré: $h_3 = (5 + \sqrt{2})e + 2(6 + 2\sqrt{2})e$,

⋮

az n -edik köré: $h_n = (5 + \sqrt{2})e + (n-1)(6 + 2\sqrt{2})e$.

Az 1., ..., n -edik kör együttes hossza:

$$\begin{aligned} H_n &= h_1 + \dots + h_n = n(5 + \sqrt{2})e + [1 + \dots + (n-1)](6 + 2\sqrt{2})e = \\ &= n(5 + \sqrt{2})e + \left[\frac{(n-1)n}{2} \right] (6 + 2\sqrt{2})e = \\ &= \left((5 + \sqrt{2})n + \frac{6 + 2\sqrt{2}}{2}n^2 - \frac{6 + 2\sqrt{2}}{2}n \right) e = ((3 + \sqrt{2})n^2 + 2n)e. \end{aligned}$$

Mivel $8000 \text{ m} = 800\,000 \text{ cm}$, a toll kifogyásához a $H_n \geq 800\,000 \text{ cm}$ egyenlőtlenséget kell vizsgálni:

$$(3 + \sqrt{2})n^2 + 2n - 1\,600\,000 \geq 0.$$

A zérushelyek: $n_1 \approx 601,82$, $n_2 \approx -602,28$.

Az egyenlőtlenség legkisebb pozitív egész megoldása a 602, tehát a 602. kört már nem tudjuk befejezni, így 601 teljes kör írható a tollal.