I. megoldás. Helyezzük el a háromszöget derékszögű koordinátarendszerben: legyen $A(6;2)$, $B(3;6)$, $C(0;0)$, ekkor valóban

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2+2^2} = 2\sqrt{10} \approx 6{,}32, \qquad \overline{AB} = \sqrt{3^2+4^2} = 5,$$
$$\overline{BC} = \sqrt{3^2+6^2} = 3\sqrt{5} \approx 6{,}71.$$

Mivel $\overline{BC} > \overline{AC} > \overline{AB}$, az $\overline{AB}$-vel szemközt van a legkisebb szög, ez legyen α; be kell látni, hogy $\alpha = 45°$.

A C-ből az A pontba mutató helyvektor legyen $\mathbf{a}$, a B pontba mutató helyvektor legyen $\mathbf{b}$, ekkor ezek skaláris szorzata a definíció, illetve a koordináták segítségével kifejezve:

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cdot\cos\alpha = 2\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{5}\cdot\cos\alpha, \qquad \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 6\cdot 3 + 2\cdot 6 = 30.$$

Ebből $30 = 2\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{5}\cdot\cos\alpha$, innen $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, azaz $\alpha = 45°$.

Ezzel beláttuk, hogy a háromszög legkisebb szöge $45°$-os.

II. megoldás. A háromszögben a legrövidebb oldal 5 egység hosszúságú. Tudjuk, hogy bármely háromszögben rövidebb oldallal szemben kisebb szög van. Ezért a háromszög legkisebb szöge az 5 egység hosszúságú oldallal szemben lesz.

A háromszögben a koszinusz tételt alkalmazva megkapjuk ezt a szöget, melyet jelöljön β:

$$5^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{10}\right)^2 - 2\cdot 3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{10}\cdot\cos\beta,$$

$$\cos\beta = \frac{\left(3\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{10}\right)^2 - 5^2}{2\cdot 3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{10}} = \frac{9\cdot 5 + 4\cdot 10 - 25}{12\sqrt{50}} = \frac{60}{12\sqrt{25\cdot 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

A háromszög legkisebb szöge valóban $45°$-os.

III. megoldás. Rajzoljuk meg az ABC háromszöget négyzethálóra. Az oldalak hossza: $AB = 3\sqrt{5}$, $BC = 2\sqrt{10}$, $AC = 5$.

Vegyük fel a DBC háromszöget úgy, hogy $CD = 5$ legyen, ekkor $BD = BA$, mert mindkettő egy 3×5-ös téglalap átlója. Vagyis $ABC \cong DBC$. A jelzett szögek egyenlőségéből következik, hogy AB merőleges a DB-re, $ABC = 45°$. Ezért az ABC háromszög legkisebb szöge valóban $45°$-os.

Megjegyzés. A négyzetháló ettől eltérő megoldásokat is sugallhat. Például az *ábrán* látható szaggatott vonal behúzása is egy újabb ötletet ad a megoldáshoz: ily módon egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget kapunk.