I. megoldás. Nem lehet. Tegyük föl, hogy a nagy kocka $(n+2)^3$ darab egységkockából áll. A festésmentes kis kockák száma (amik nem érintkeznek a nagy kocka felszínével) n^3. A legalább egyik oldalukon festett kockák száma így $(n+2)^3-n^3=6n^2+12n+8$. Tételezzük fel, hogy $6n^2+12n+8 \mid n^3$. Ezek szerint n^3 szükségképpen páros, így n is az: $n=2k$; ezzel

$$6(2k)^2+12\cdot 2k+8 \mid (2k)^3, \qquad \text{ezért} \qquad 3k^2+3k+1 \mid k^3.$$

Jelölje p az osztó, azaz $3k^2+3k+1$ tetszőleges prímosztóját; ekkor $p \mid k^3$, tehát $p \mid k$. Így viszont $p \mid 3k^2+3k$, amiből következik, hogy p a $(3k^2+3k+1)-(3k^2+3k)=1$-nek is osztója, ami lehetetlen. A $3k^2+3k+1$ számnak tehát nincs prímosztója, azaz $3k^2+3k+1=1$, innen $k=0$, $n=0$: az egységkockák száma ezek szerint csak 8 lehet, amit viszont a feladat feltétele kizárt.

II. megoldás. Legyen $d=(n+2)^3-n^3=6n^2+12n+8$. Ha d osztója n^3-nak, akkor osztója a $dn-6n^3=12n^2+8n$ számnak is. Így

$$d \mid 12n^2+8n<12n^2+24n+16=2d,$$

ezért $d=dn-6n^3$, azaz

$$d(n-1)=6n^3. \tag{1}$$

Innen a megoldás többféleképpen is befejezhető. Észrevehetjük, hogy $n-1$ osztója $6n^3$-nak, viszont relatív prím n-hez, így n^3-hoz is; ezért $n-1$ osztója a 6-nak, ami csupán $n=2$, 3, 4 és 7 esetén áll fenn. Közvetlen számolással ellenőrizhető, hogy ezen esetek egyikében sem teljesül a $d \mid n^3$ oszthatóság.

Ha a fenti érveléstől eltérően az (1)-be behelyettesítjük $d=6n^2+12n+8$-at, akkor n-re a $3n^2-2n-4=0$ másodfokú egyenletet kapjuk, aminek nincs egész megoldása.